

تمارين (واجب)

1) أكتب الأعداد المعقدة الآتية بالصيغة $x + iy$ حيث x, y عدنان حقيقيان .

$$(2 + 3i)^2 \quad (\text{أ})$$

$$\frac{1}{1-i} + \frac{1}{i} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{7-6i}{2+3i} \quad (\text{ج})$$

2) برهن أن

$$\overline{\overline{Z} + 3i} = Z - 3i \quad (\text{أ})$$

$$\frac{\overline{(2+i)^2}}{3-4i} = 1 \quad (\text{ب})$$

3) إذا كان $z_1 = 1-i, z_2 = -2+4i, z_3 = \sqrt{3} - 2i$ جد

$$\text{Re}(2z_1^3 + 3z_2^2 - 5z_3^2) \quad \text{أ-}$$

$$\text{Im}\left(\frac{z_1 z_2}{z_3}\right) \quad \text{ب-}$$

4) أوجد العدد المركب الذي يساوي مرافق مربعه.

5) عبر عن المعادلات الآتية بصيغة المرافق العقدي:-

$$1) 2x + y = 5, \quad 2) x^2 + y^2 = 36$$

$$6) \text{ اثبت أن: معادلة القطع الزائد } x^2 - y^2 = 1 \text{ يمكن كتابتها بالصيغة } z^2 + (\bar{z})^2 = 2$$

الصفات الجبرية (Algebraic properties)

أن معظم صفات الجمع والضرب بين الأعداد المعقدة تطابق نظيراتها بين الأعداد الحقيقية .

1) قاعدة الأبدال (The Commutative)

$$Z_1 + Z_2 = Z_2 + Z_1 \quad \text{بالنسبة للجمع}$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = Z_2 \cdot Z_1 \quad \text{بالنسبة للضرب}$$

(The Associative Law) قاعدة التجميع (2)

$$(Z_1 + Z_2) + Z_3 = Z_1 + (Z_2 + Z_3) \quad \text{بالنسبة للجمع}$$

$$(Z_1 \cdot Z_2) \cdot Z_3 = Z_1 \cdot (Z_2 \cdot Z_3) \quad \text{بالنسبة للضرب}$$

(Distributive Law) قاعدة التوزيع (3)

$$Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3) = Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3$$

(Additive Identity) العنصر المحايد الجمعي (4)

$$0 = (0, 0) = 0 + i \cdot 0 \quad \text{بما أن}$$

$$Z + 0 = 0 + Z \quad \text{فأن لكل عدد معقد } Z \in \mathbb{C} \text{ ينتج}$$

(Multiplicative Identity) العنصر المحايد الضربي (5)

$$1 = (1, 0) = 1 + i \cdot 0 \quad \text{بما أن}$$

$$Z \cdot 1 = 1 \cdot Z = Z \quad \text{ينتج}$$

(Additive Inverse) النظير الجمعي (6)

$$-Z = -x - iy \in \mathbb{C} \quad \text{لكل عدد معقد } Z \in \mathbb{C} \text{ يوجد عدد}$$

$$Z + (-Z) = 0 \quad \text{بحيث}$$

يسمى العدد المعقد $(-Z)$ بالنظير الجمعي للعدد Z

(Multiplicative Inverse) النظير الضربي (7)

$$Z Z^{-1} = Z^{-1} Z = 1 \quad \text{لكل عدد معقد } Z \neq 0 \text{ يوجد عدد معقد } Z^{-1} \text{ بحيث}$$

يسمى العدد المعقد Z^{-1} بالنظير الضربي للعدد Z .

مثال / جد النظير الضربي للعدد المعقد $Z = -7 + 5i$

الحل

أن النظير الضربي للعدد Z هو

$$Z^{-1} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{-7 + 5i} = \frac{-7 - 5i}{(-7 + 5i)(-7 - 5i)}$$

بضرب البسط والمقام بمرافق المقام

$$\square Z^{-1} = \frac{-7}{74} - \frac{5}{74}i$$