الفصل الأول/ الأعداد المركبة

" إذا تناقضت النظرية مع الواقع غير الواقع " ... ألبرت آينشتين

العدد المعقد (Complex Number)

يعرف العدد المعقد Z بأنه زوج مرتب **Z = (x , y)** حيث أن **x , y** عددان حقيقيان والخاضعان لعمليتي الجمع والضرب وكما يلي -:

اذا كان $Z_1 = (x_1 , y_1)$, $Z_2 = (x_2 , y_2)$ فأن

$$Z_1 + Z_2 = (x_1 , y_1) + (x_2 , y_2) = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2)$$

$$Z_1 . Z_2 = (x_1 , y_1) . (x_2 , y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2 , x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

الأزواج المرتبة بالصيغــة (0 , y) تسمى بالأعداد الخيالية الصرفة Pure Imaginary numbers والأزواج المرتبة بالصيغة (x , 0) تسمى بالأعداد الحقيقية وتكتب بالصيغة x ويرمز لمجموعة الأعداد المعقدة C.

ويسمى x بالجزء الحقيقي للعدد المعقد Z = (x , y) ويرمز له Re (z)

ويسمى y بالجزء الخيالي للعدد المعقد Z = (x , y) ويرمز له Im (z)

أي أن $x = Re (z)$ & $y = Im (z)$

ملاحظة :

الزوج المرتب (0 , 0) هو العدد الحقيقي صفر .

يمكن كتابة كل عدد معقد Z = (x , y) بالصيغة

$$\begin{aligned} Z = (x , y) &= (x , 0) + (0 , y) \\ &= (x , 0) + (0 , 1) * (y , 0) \\ &= x + i y \end{aligned}$$

حيث $i = (0 , 1)$

ملاحظة :

$$\mathbf{i^2 = -1}$$

مثال

العدد المعقد Z = (3 , 1) يمكن كتابته بالصيغة(صيغة عادية، صيغة جبرية)

$$Z = 3 + i$$

حيث $Re(Z) = 3$ & $Im(Z) = 1$

باستعمال خاصية ضرب الأعداد المعقدة نجد أن

$i^2 = i \cdot i = (0, 1) \cdot (0, 1) = (-1, 0) = -1$

$i^3 = i^2 \cdot i = (-1)\, i = -i$

$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$

وبصورة عامة i^n (حيث n عدد صحيح موجب) يساوي

$1, i, -1, -i$ عندما يكون قسمة n على 4 هو $0, 1, 2, 3$

Exercise

find the value of $i^7, i^{19}, i^{23}, i^{2010}$

خاصية 1

يكون العدد المعقد Z مساوياً للصفر اذا وفقط أذا كان كل من جزئيه الحقيقي والخيالي صفراً

$$Z = x + iy = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \;\&\; y = 0$$

خاصية 2

يتساوى العددان المعقدان اذا وفقط أذا تساوى جزءاهما الحقيقيان وتساوى جزءاهما الخياليان .أي أن

$$x_1 + iy_1 = x_2 + iy_2 \Longleftrightarrow x_1 = x_2 \;\&\; y_1 = y_2$$

Exercise:

1- Find the value of x , y that satisfy the eq.

$(x - y - 6) + i\,(y^2 - x) = 0$

2- Solve for real x , y the eq. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2 + \dfrac{1}{x+iy} = 1+i$

3- Solve the following equation $(3 - 2i)(x + iy) = 2(x - 2iy) + 2i - 1$