الفصل الحادي عشر/القوة الدافعة الكهربائية
Electromotive Force

(1-11) القوة الدافعة الكهربائية

تتكون أي دائرة كهربائية من مصدر الطاقة الكهربائية (بطارية مثلاً) وجهاز لاستنفاذ هذه الطاقة (حمل كهربائي) إضافة إلى مفاتيح تَحَكُم. والغرض من عمل الدائرة الكهربائية هو استعمال الطاقة الكهربائية وتحويلها إلى طاقة أخرى وذلك عن طريق استعمال أجهزة ومعدات كهربائية تسمى بالحمل الكهربائي. فمثلاً تحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة صوتية باستعمال الميكروفونات والى طاقة ضوئية باستعمال المصابيح الكهربائية والى طاقة حركية باستعمال محركات كهربائية والى طاقة مغناطيسية عن طريق الملفات وهكذا ..... .

يتولد التيار الكهربائي بواسطة التأثير المغناطيسي أو الكيميائي أو الحراري أو الضوئي، وان التيار الكهربائي ينتج دائماً إذا كان هناك طرفان إحداهما له عدد اقل من الالكترونات أي موجب الشحنة والآخر له عدد اكبر من الالكترونات أي سالب الشحنة. وكما هو معلوم فان للبطارية (سائلة أو جافة) طرف موجب الشحنة وآخر سالب الشحنة، فهي مصدر للقوة الدافعة الكهربائية (e.m.f.) التي تمثلها الشحنات الموجودة على طرفي البطارية. وكما بينا في الفصل العاشر فان الاصطلاح المتبع لسريان التيار الكهربائي هو أن الشحنات الموجبة تندفع في الجزء الخارجي من الدائرة الكهربائية من الطرف الموجب ذي الجهد العالي إلى الطرف السالب ذي الجهد الواطئ. أما في داخل البطارية فان التفاعلات الكيميائية هي المسؤولة عن نقل الشحنات الموجبة من الطرف السالب إلى الطرف الموجب. ويتم حالياً تطوير أنواع أخرى من البطاريات غير الكيميائية الغرض منها توفير الطاقة الكهربائية. ومن المصادر الكهربائية الأخرى هي المولد Generator وهو جهاز يقوم بتحويل الطاقة الميكانيكية المأخوذة من المحرك عن طريق سير المروحة إلى طاقة كهربائية، و المزدوج الحراري Thermocouple الذي يعمل على

مبدأ الانحدار الحراري في توفير الطاقة الكهربائية*، والخلية الشمسية Cell Solar التي استعملت بصورة واسعة لتغذية الأجهزة الالكترونية المحمولة في مختلف مركبات الفضاء والتوابع الأرضية بالطاقة الكهربائية اللازمة لها، كما تستعمل لتوفير الطاقة للساعات وآلات الحاسبة اليدوية وذلك بتحويل الطاقة الضوئية والحرارية بصورة مباشرة إلى طاقة كهربائية.

يعرف مقدار القوة الدافعة الكهربائية ε لأي مصدر بمقدار الشغل المنجز من قبل المصدر لوحدة الشحنة. فإذا فرضنا أن شحنة كهربائية مقدارها dq مرت في دائرة كهربائية مغلقة في زمن dt، يكون الشغل المنجز حسب تعريف القوة الدافعة الكهربائية هو:

$$dW = \varepsilon dq$$

أو

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} \qquad \text{..................(1-11)}$$

أما وحدة ε فهي جول/كولوم أو فولت وهي نفس وحدة فرق الجهد. وإذا قسّمنا المعادلة (11–1) على عنصر الزمن نحصل على:

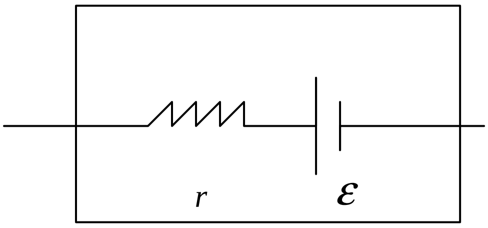
$$\frac{dW}{dt} = \varepsilon \frac{dq}{dt}$$

أو

$$p = \varepsilon I \qquad \text{...........(2-11)}$$

حيث p تمثل قدرة المصدر ووحداتها واط أو جول/ثانية. من المعلوم أن البطارية (أو أي مصدر للقوة الدافعة الكهربائية) تضمر مقاومة بشكل أو بآخر لمرور الشحنات الكهربائية بداخلها ويوضح الشكل (11–1) هذه المقاومة الداخلية r وعنصر الدائرة المكافئ للبطارية.وهذا يعني إن البطارية تعمل كما لو كانت مؤلفة من قوة دافعة كهربائية خالصة ε ويتصل معها مقاومة r على التوالي.

* من الشيق أن نذكر أن البطارية هي مركز تخزين الطاقة الكهربائية وتجهيز حمل الدائرة الكهربائية بالتيار الكهربائي، وان الكمية التي تسمى الفولتية كما مر ذكره في فصول سابقة هي في الواقع فرق الجهد بين طرفي البطارية.



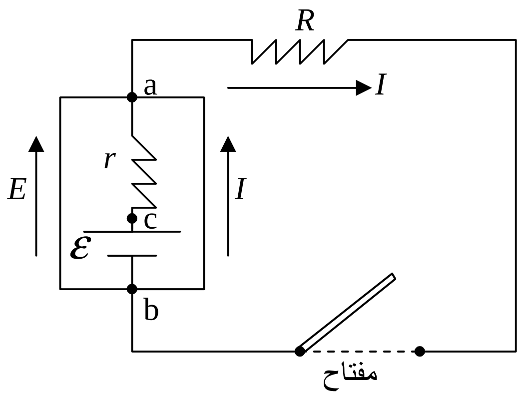
الشكل (11-1) : يظهر المقاومة الداخلية للبطارية.

يبين الشكل (11-2) دائرة كهربائية مفتوحة لا يمر فيها تيار كهربائي. لاحظ عندما لا يسحب تيار من البطارية فانه يدخل فرق للجهد عبر المقاومة الداخلية r ومن ثم يكون فرق الجهد بين طرفيها مساوياً لقوتها الدافعة الكهربائية. ولو أغلقت الدائرة سوف يمر فيها تيار كهربائي I بالاتجاه المبين في الشكل (11-2)، عندئذ يمكن حساب فرق الجهد V_{ab} عبر طرفي البطارية المتمثل بالنقطتين a و b وذلك بأخذ المجموع الجبري للتغيرات الحاصلة في الجهد عبر المسار من b إلى a مروراً بالنقطة c، أي:

$$V_b + \varepsilon - Ir = V_a$$

أو

$$V_{ab} = V_a - V_b = +\varepsilon - Ir \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}11)$$



الشكل (11-2) : دائرة كهربائية يمر بها تيار I عندما تكون مغلقة.

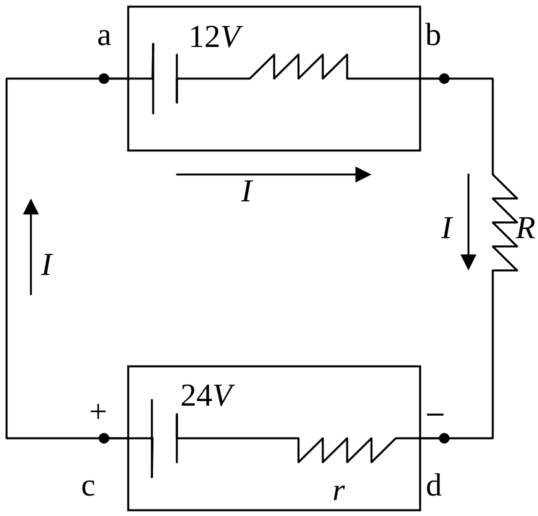
أي أن فرق الجهد بين طرفي بطارية اقل من قوتها الدافعة الكهربائية بمقدار حاصل ضرب التيار في المقاومة الداخلية للبطارية، وهذه حالة البطارية عندما تمـــر بعمليـــة تفريـــغ Discharge . أما إذا كانت البطارية تمر بعملية شحن Charger ، أي لو كان التيار الكهربائي يتدفق خلال البطارية من الطرف الموجب إلى الطرف السالب، كما هو الحال من البطارية $12V$ في الدائرة شكل (11-3)، حيث يقوم المـــصدر في البطاريـــة $24V$ بشحن البطارية $12V$ عندئذ ستجد أن فرق الجهد V_{ab} عبر طرفي البطارية $12V$ اكـــبر من قوتها الدافعة الكهربائية بمقدار حاصل ضرب التيار في المقاومة الداخلية r للبطاريـــة، أي :

$$V_a - \varepsilon - Ir = V_b$$

أو

$$V_{ab} = V_a - V_b = \varepsilon + Ir \qquad \qquad ....(4\text{-}11)$$

وسنعود إلى إيضاح شروط بناء هذه المعادلات في بند قادم.



الشكل (11-3) : دائرة كهربائية تمر بعملية شحن البطارية $12V$.

(2-11) حساب التيار وفرق الجهد في دائرة كهربائية
Calculation of Current and Different Potential in Electric Circuit

لنرجع مرة أخرى إلى الدائرة في الشكل (2-11). هنا لا بد أن نذكّر بـــان $\mathcal{E}$ هي من الكميات العددية، ولكن من المفيد اختيار اتجاه لها وليكن من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المصدر وسنشير إلى هذا بسهم.

إن العمليات الكيمائية الداخلية في البطارية تحرك الشحنة من الجهد الكهربائي المنخفض عند الطرف السالب إلى الجهد الكهربائي المرتفع عند الطرف الموجب وتمـــرر الشحنة خلال الدائرة الخارجية (المقاومة R) لتفقد الطاقة التي أمدتها بها البطارية علـــى شكل حرارة بمعدل I^2R في الثانية على إن هذه الشحنة كانت قد فقدت قـــسماً مـــن طاقتها بعبورها المصدر لوجود مقاومة المصدر الداخلية r وبمعدل I^2r في الثانية. ولما كان معدل الطاقة التي يزودها مصدر القوة الدافعة الكهربائية للدائرة في الثانية هي $\mathcal{E} I$ وهي مساوية لتوليد الحرارة في الدائرة، وبتطبيق قانون حفظ الطاقة على الدائرة يكون لدينا :

$$\varepsilon I = RI^2 + I^2 r$$

أو

$$\varepsilon = RI + Ir \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5\text{-}11)$$

وهذه معادلة مفيدة يمكن استعمالها في حساب التيار ومن ثم فرق الجهد، و عـــدد مـــن التطبيقات المهمة الأخرى كما سيتضح ذلك فيما بعد. يظهر من المعادلة (5-11) أن:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6\text{-}11)$$

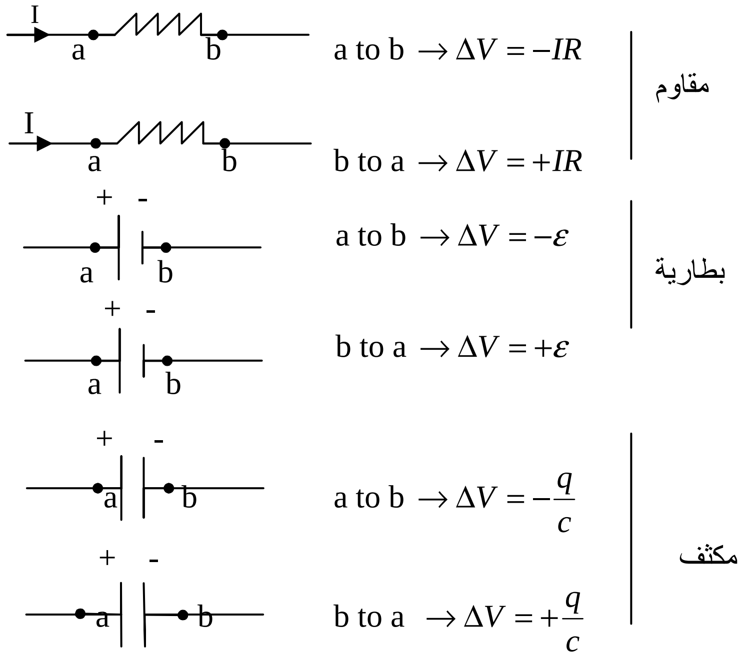
وهي معادلة تستعمل في حساب التيار وتسمى بمعادلة الدائرة الكهربائية. كما يظهر أن :

$$IR = \mathcal{E} - Ir$$

أي إن فرق الجهد بين طرفي المقاومة R يساوي القوة الدافعة الكهربائية للمصدر مطروحاً منها فرق الجهد بين طرفي المقاومة الداخلية للمصدر وهذا يعني انخفاضاً في الجهد.

والآن يمكننا تعميم هذه النتيجة لتشمل أية نقطتين في الدائرة الكهربائية مهمـــا كان عدد المقاومات ومصادر القوة الدافعة الكهربائية التي يتضمنها المسار الواصل بـــين هاتين النقطتين، وذلك باحتساب المجموع الجبري لكل من $\mathcal{E}$ وIR عبر المـــسار بـــين النقطتين. ولابد هنا من تبني طريقة معينة في وضع الإشارات، والطريقة المتبعة هـــي أن

نعيّن أولاً اتجاه التيار في الدائرة ونعتبره الاتجاه الموجـــب، وان تكـــون القـــوة الدافعـــة الكهربائية ذات القيمة الأكبر هي التي تحدد اتجاه التيار في الدائرة وبالاتجاه من القطـــب السالب إلى القطب الموجب داخل المصدر، وعليه تكون إشارة $\mathcal{E}$ موجبة عند اجتيازها من قطبها السالب إلى قطبها الموجب، وهذا يعني حدوث ارتفاع في الجهد قدره $+\mathcal{E}$، وتكون سالبة عند اجتيازها بالاتجاه المعاكس والذي يعني حدوث انخفاض في الجهد قدره $-\mathcal{E}$. أما المقاومات فعند اجتيازها باتجاه التيار يحدث هبوط في الجهد قدره $-IR$، وإذا كان الاجتياز بعكس اتجاه التيار فيكون هناك ارتفاع في الجهد قـــدره $+IR$. وبالنـــسبة للمكثفات فيتم التعامل معها بنفس الأسلوب المتبع في حالة المقاومات، فاجتيازها باتجاه التيار يكون متمثلاً في هبوط الجهد قدره $-\frac{q}{C}$، وإذا كان الاجتياز بعكس اتجاه التيـــار فيكون هناك ارتفاع في الجهد قدره $+\frac{q}{C}$.ويوضح الشكل (11-4) الحـــالات الـــتي اصطلح عليها لغرض حساب التيار وفرق الجهد في دائرة كهربائية.



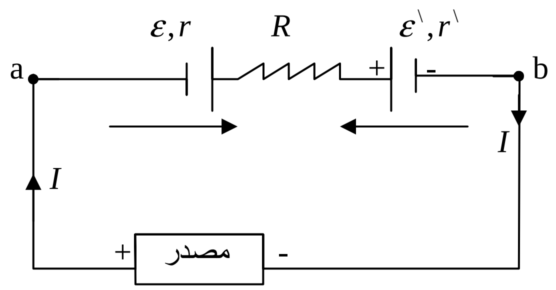
الشكل (11-4) : في كل من الحالات يكون الانتقال من a إلى b متمثلاً في هبوط الجهد (أي تغير سالب للجهد). أما الانتقال من b إلى a فيكون متمثلاً في ارتفاع الجهد (أي تغير موجب للجهد).

لنفرض دائرة توالي ربط فيها مصدر للقوة الدافعة الكهربائية (قد يكون محرك يعمل بالوقود أو خلية شمسية أو بطارية) يجهز الجزء المحصور بين النقطتين a و b من الدائرة الموضحة في الشكل (11-5) بطاقة كهربائية مقدارها في الثانية IV_{ab}. ولحساب فرق الجهد بين النقطتين a و b نأخذ المجموع الجبري لمتغيرات الجهد الحاصلة عبر هذا المسار اخذين بعين الاعتبار تطبيق قواعد الإشارات الاصطلاحية المتفق عليها فيكون :

$$V_a+\varepsilon-Ir-IR-\varepsilon^{\prime}-Ir^{\prime}=V_b$$

$$V_a-V_b=(IR+Ir+Ir^{\prime})-(\varepsilon-\varepsilon^{\prime})$$

$$V_{ab}=\sum IR-\sum\varepsilon \qquad \text{.........................(7-11)}$$



الشكل (11-5) : دائرة توالي تضم مقاومة وبطاريتين إضافة إلى مصدر تجهيز قدرة.

يتضح من هذه المعادلة أن فرق الجهد بين أي نقطتين في دائرة كهربائية مغلقة يساوي المجموع الجبري لفروق الجهد لعناصر الدائرة الواقعة بين النقطتين مطروحاً من المجموع الجبري للقوة الدافعة الكهربائية للمصادر الموجودة بين هاتين النقطتين. لندرس الآن المعادلة (11-7) وكيفية تطبيقها على حالتين.**الحالة الأولى** : إذا كان الجزء المحصور بين النقطتين a وb من الدائرة في شكل (11-5) يضم فقط المقاومة R، في هذه الحالة تختزل المعادلة (11-7) إلى:

$$V_{ab}=\sum IR+0=\sum IR=IR$$

وهي معادلة قانون اوم . ومما يلاحظ هنا أننا استعضنا عن الكمية $\sum IR$ بـIR وذلك لان هناك تياراً واحداً يمر بالدائرة.**الحالة الثانية**: في الحالة الخاصة عندما تكون النقطتان a و b متطابقتان على بعضهما وكونت دائرة مغلقة تضم فقط المصدرين ε و $\varepsilon^{\prime}$

والمقاومة R مع بقاء التيار باتجاه المصدر (ε) ذات القيمة الأكبر، ($\varepsilon > \varepsilon^{\backslash}$) فان المعدلة (11-7) تأخذ شكلاً آخرا وهو:

$$V_{ab} = 0 = \sum IR - \sum \varepsilon$$

لذا تصبح معادلة التيار المتكون في أية دائرة مغلقة مفردة هي:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} \qquad \text{......................(8-11)}$$

وهي تعميم لمعادلة الدائرة (11-6) والتي تنص على إن التيار في دائرة تـوالي يـساوي المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية في الدائرة مقسوماً على مجموع المقاومات فيها.

مثال (1-11)

في الدائرة الكهربائية شكل (11-2) إذا علمت أن مقاومة الحمل R قـدرها 5Ω وان القوة الدافعة الكهربائية للمصدر هي $12V$ ومقاومته هي 1Ω. احسب :

1- التيارI المار في الدائرة، 2- فرق الجهد بين طرفي المقاومـةR، 3- المعـدل الزمني للطاقة التي يزودها المصدر للدائرة، 4- المعدل الزمني للطاقة التي تتبدد داخل المصدر، 5- المعدل الزمني للطاقة الحرارية التي تظهر في المقاومة R.

الحل :

1- من المعادلة (11-6) نجد قيمة التيار المار في الدائرة هي :

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{5+1} = \frac{12}{6} = 2A$$

2- بالاستفادة من قيمة التيار يحسب فرق الجهد بين طرفي المقاومة من العلاقة :

$V = IR = 2 \times 5 = 10V$

3- من المعادلة (11-2) يحسب المعدل الزمني للطاقة التي يزودها المصدر للدائرة:

$P = \varepsilon I = 12 \times 2 = 24Watt$

4- المعدل الزمني للطاقة الحرارية التي تتبدد داخل المصدر مقدارها:

$I^2 r = (2)^2 + 1 = 4Watt$

5- المعدل الزمني للطاقة الحرارية التي تظهر في مقاومة الحمل R يساوي :

$I^2 R = 2^2 \times 5 = 20Watt$

(3-11) المقاومات المتوالية والمقاومات المتوازية
Series Resistances and Shunt Resistances

توصيل المقاومات الكهربائية أياً كان نوعها (ثابتة أو متغيرة) و أياً كان نـــوع المادة المصنوع منها المقاومة (سلكية أو كربونية) عادةً بإحدى طريقتين :

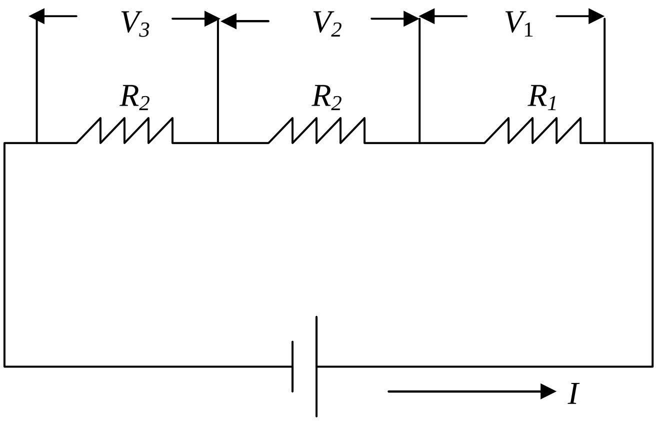
1- التوصيل على التوالي Connection in Series

2- التوصيل على التوازي Connection in Parallel

وتتوقف شدة التيار المار في المقاومات أو فرق الجهد الواقع على طرفي أي من مجموعـــة المقاومات على الطريقة التي يتم بها توصيل هذه المقاومات، ويمكن أيضا توصيل مجموعة من المقاومات بالطريقتين السابقتين معاً.

1- توصيل المقاومات على التوالي :

يتم توصيل عدد من المقاومات الكهربائية عادة على التوالي بالطريقة التي يوضحها الشكل (6-11) عندما يراد الحصول على مقاومة كلية كبيرة وكذلك عندما يراد تقسيم قيمة جهد معين. يمر التيار في حالة التوصل على التوالي من خلال المقاومات واحدة بعـــد الأخرى ولذا فان شدة التيار تكون متساوية في كل المقاومات. ويمكن حساب شدة التيار وفرق الجهد ومقدار المقاومة في كل منها كما يأتي:



الشكل (6-11): توصيل المقاومات على التوالي.

نظرا لان التيار متساوي في كل المقاومات فان:

$$I=I_1=I_2=I_3$$

حيث تمثل I شدة التيار الكلي .وحيث أن فرق الجهد الكلي يساوي مجموع فروق الجهد في المقاومات المختلفة فان :

$$V=V_1+V_2+V_3$$

حيث تمثل V فرق الجهد الكلي.وحسب قانون اوم فان $V=RI$ ،ونظراً لان قانون اوم يجب أن يطبق على كل الدائرة، فان فرق الجهد (المكافئ) = التيار × المقاومة (المكافئة) وعليه فان:

$$IR=I_1R_1+I_2R_2+I_3R_3$$

ولكن $I=I_1=I_2=I_3$

لذا فان:

$$IR=I(R_1+R_2+R_3)$$

ومنها نحصل على:

$$R=R_1+R_2+R_3 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9\text{-}11)$$

أي أن المقاومة المكافئة لأي عدد من المقاومات مربوطة على التوالي يمكن إيجادها من مجموع هذه المقاومات.

مثال (2-11)

في الشكل (11-6)، إذا كان $R_1=1\Omega$ و $R_2=3\Omega$ و $R_3=8\Omega$ ووصِّل إلى هذه المجموعة بطارية $6V$. احسب: 1- المقاومة الكلية لهذه المجموعة من المقاومات، 2- قيمة شدة التيار المار في كل منها، 3- فرق الجهد على طرفي كل منها.

الحل :

-1

$$R=R_1+R_2+R_3$$
$$R=1+3+8=12\,\Omega$$

2- تبعاً لقانون آوم فان شدة التيار المار في كل من المقاومات يكون:

$$I=\frac{V}{R}=\frac{6}{12}=0.5A$$

أي أن شدة التيار في حالة توصيل التوالي لا يختلف باختلاف قيمة المقاومة.

3- من قانون اوم أيضا يمكن حساب مقدار فرق الجهد الواقع على طرفي كل مقاومة، أي :

$V_1=R_1I =1\times0.5 =0.5V$

$V_2=R_2I =3\times0.5 =1.5V$

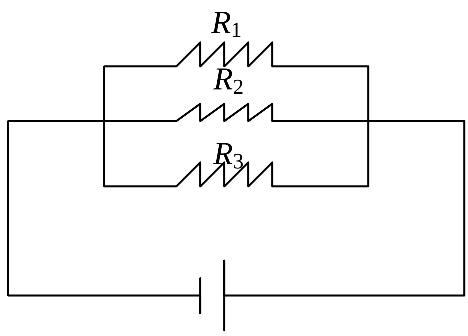
$V_3=R_3I =8\times0.5 =4V$

وان مجموع قيم فروق الجهد للمقاومات المربوطة على التوالي يساوي قيمة فرق الجهد للبطارية الموصلة بهذه المجموعة، أي:

$V=V_1+V_2+V_3 =0.5+ 1.5+ 4= 6V$

2- توصيل المقاومات على التوازي :

يتم توصيل مجموعة من المقاومات على التوازي بالطريقة الموضحة في الشكل (7-11)، وذلك عندما يراد اختزال قيمة المقاومة الكلية لهذه المجموعة وأيضا لتقسيم التيار المار بالدائرة في هذه الحالة.



الشكل (7-11): توصيل المقاومات على التوازي .

يكون فرق الجهد في حالة التوصيل على التوازي متساوي في جميع المقاومات (لماذا؟). بينما تختلف شدة التيار في كل من المقاومات ويمكن حساب ذلك كما يأتي :

$V=V_1=V_2=V_3$

$I=I_1+I_2+I_3$

وحسب قانون اوم:

$$I=\frac{V}{R}$$

$$\therefore \frac{V}{R}=\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}$$

وطالما فرق الجهد متساوي في جميع المقاومات المربوطة على التوازي فان:

$$\frac{V}{R}=V(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})$$

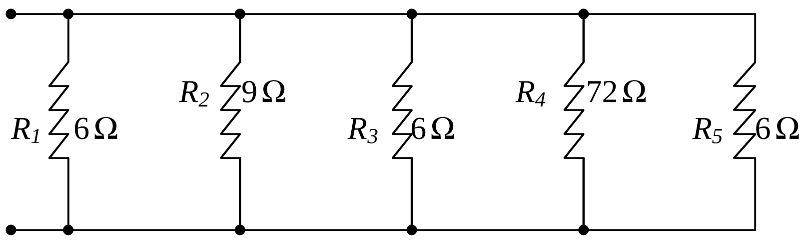
وباختصار V من طرفي المعادلة أعلاه نحصل على :

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \qquad ....(10\text{-}11)$$

أي أن المقاومة المكافئة لأي عدد من المقاومات مربوطة على التوازي يختزل قيمها.

مثال (11-3)

أوجد المقاومة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل (11-8).



الشكل (11-8).

الحل :

هناك خيارين للحل :

الخيار الأول : طالما أن المقاومات جميعاً مربوطة على التوازي فان إيجاد المقاومة المكافئة لها تخضع للمعادلة (11-10)، أي :

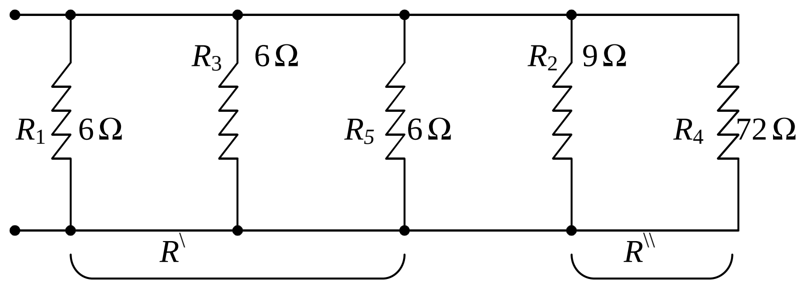
$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}$$

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{6}+\frac{1}{72}+\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R}=\frac{12+8+12+1+12}{72}=\frac{45}{72}$$

$$\therefore R=\frac{72}{45}=1.6\Omega$$

الخيار الثاني : يمكن إعادة ترتيب وصل المقاومات كما في الشكل (11-9) عندئذ :



الشكل (11-9).

$$\frac{1}{R^\backslash}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$$

$$R\backslash=\frac{6}{3}=2\Omega$$

$$\frac{1}{R^{\backslash\backslash}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{72}$$

$$\frac{1}{R^\backslash}=\frac{8-1}{72}$$

$$R^{\backslash\backslash}=\frac{72}{9}=8\Omega$$

$$\therefore \frac{1}{R}=\frac{1}{R^\backslash}+\frac{1}{R^{\backslash\backslash}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$$

$$\therefore R=1.6\Omega$$

مثال (11-4)

في الـــشكل (11-7) $R_1=2\Omega$ و$R_2=3\Omega$ و$R_3=6\Omega$. وان مقـــدار البطارية الموصلة إلى هذه المجموعة $12V$. احـــسب: 1- المقاومـــة الكليـــة لهـــذه المجموعة،2- فرق الجهد على طرفي كل منها، 3- شدة التيار المار في هذه الدائرة.

الحل : 1-

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \;\; =\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1\Omega$$

R=1

يتضح من النتيجة أن توصيل المقاومات على التوازي هو دائماً اقل من أي مـــن هـــذه المقاومات الثلاث.

-2

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = 12V$$

أي أن فرق الجهد على طرفي كل من المقاومات الثلاث يساوي $12V$.

-3

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{12}{3} = 4A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{12}{6} = 2A$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 4 + 2 = 12A$$

كما يمكن حساب شدة التيار المار في الدائرة مباشرة باستعمال قانون اوم ، أي :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{1} = 12A$$

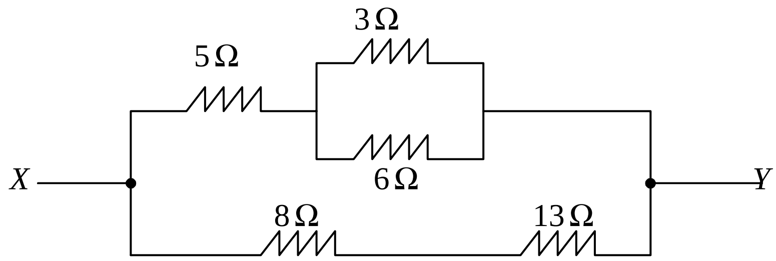
مثال (5-11)

احسب المقاومة المكافئة للدائرة في شكل (11-10) بين النقطتين X و Y.

الحل :

المقاومتان 3Ω و 6Ω موصلتان على التوازي ومقاومتهما المكافئة تعطى من:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \qquad \therefore R = 2\Omega$$



الشكل (11-10)

المقاومة 2Ω موصلة على التوالي مع المقاومة 5Ω والمقاومة الكلية لها تعطى من:

$R_1 = 2+5 = 7\,\Omega$

المقاومتان $13\,\Omega$و $8\,\Omega$ موصلتان على التوالي ومقاومتهما المكافئة تعطى من:

$R_2 = 8+13 = 21\,\Omega$

ثم تحسب المقاومة المكافئة للدائرة حسب طريقة الربط على التوازي، أي:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{7} + \frac{1}{21}$$

$$\therefore\ R = 5.25\ \Omega$$

مثال (11-6)

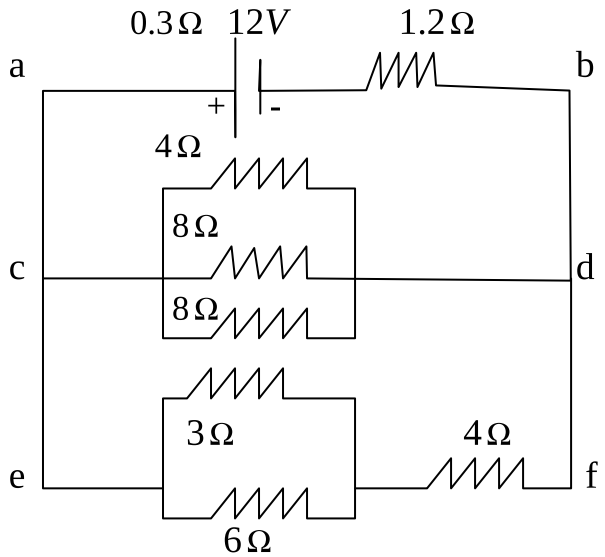
جد المقاومة المكافئة للدائرة الخارجية (شكل11-11)،ثم احسب التيار المار خلالها.

الحل :

المقاومات $4\,\Omega$ و $8\,\Omega$ و $8\,\Omega$ موصلة على التوازي، والمقاومة الكلية لها:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\therefore\ R = 2\ \Omega$$



الشكل (11-11).

المقاومتان $3\,\Omega$ و $6\,\Omega$ موصلتان على التوازي، والمقاومة المكافئة تعطى من:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$$

$$\therefore\ R=2\,\Omega$$

المقاومة $2\,\Omega$ موصلة على التوالي مع $4\,\Omega$ ومقاومتها الكلية تعطى من:

R_2=2+4= $6\,\Omega$

المقاومة $6\,\Omega$ في الفرع ef موصلة على التـــوازي مـــع المقاومـــة $2\,\Omega$ في الفـــرع cd ومقاومتهما تعطى من:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$$

$$\therefore\ R=1.5\,\Omega$$

المقاومة $1.5\,\Omega$ موصلة على التوالي مع المقاومة $1.2\,\Omega$. عندئذ تكون: المقاومة المكافئة للدائرة الخارجية هي: $R_{eq}=1.5+1.2=2.7\ \Omega$

1- بإضافة المقاومة الداخلية $0.3\,\Omega$ للبطارية إلى المقاومة المكافئة للدائرة الخارجية $2.7\,\Omega$ يكون لدينا قيمة للمقاومة المكافئة الكلية للدائرة وهي:

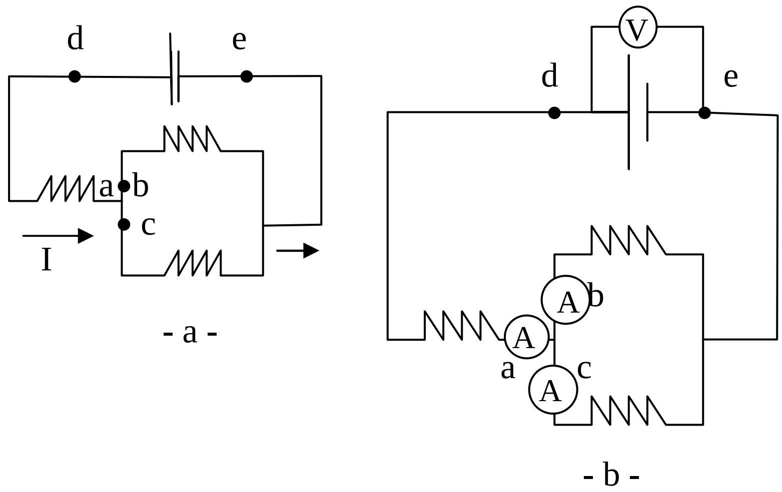
$R_{tot}=0.3+2.7=3\,\Omega$

وعليه فان التيار المستعمل من البطارية هو :

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{tot}}=\frac{12}{3}=4\,A$$

(4-11) قياس التيار وفرق الجهد والمقاومة Measurement Of Current With Potential Deferent &Resistance

يقاس التيار المار في أي جزء من دائرة كهربائية مغلقة كالأجزاء الواقعة في النقاط a وb و c في الدائرة (11-12a)، بواسطة جهاز يطلق عليه الاميتر. ويتطلب عمل ذلك فتح الدائرة في تلك النقاط وربط جهاز الاميتر في ذلك الجزء مـــن الـــدائرة بالكيفيـــة الموضحة في الدائرة (11-12b). ولكي يؤدي الاميتر وظيفته بدقة يجـــب أن يكـــون وجوده في الدائرة لا يسبب أي تغير محسوس في التيار المار فيها، أي أن تكون مقاومتـــه الداخلية صغيرة بحيث تمثل كسراً من الاوم. أما في الحالة المثالية فان مقاومته صفراً.



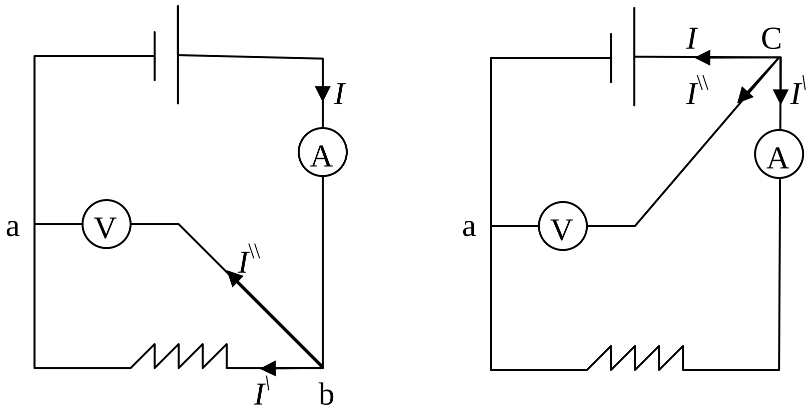
الشكل (11–12): a– دائرة كهربائية مغلقة. b– الكيفية التي يربط فيها الاميتر والفولتميتر بهدف قياس التيار وفرق الجهد.

يقاس فرق الجهد بين نقطتين في دائرة كهربائية بواسطة جهاز مشابه في تصميمه لجهاز الاميتر إلا أن مقاومته عالية جداً يطلق عليه الفولتميتر. وتبين الدائرة (11–12b) الكيفية التي يربط فيها الفولتميتر.

إنَّ كبرْ مقاومة الفولتميتر الداخلية يجعل وجوده في الدائرة لا يسبب تغيراً محسوساً في قيمة التيار الكهربائي المار بين أي نقطتين على طرفي عنصر دائرة (كالمقاومة مثلاً) مقارنة بالتيار الذي يمر في عدم وجود جهاز الفولتميتر.

تعطى المقاومة بحاصل قسمة فرق الجهد بين طرفيها والتيار المار فيها. لذا تعد قياس هاتين الكميتين وقسمتهما على بعضهما البعض طريقة مباشرة لقياس المقاومة.

يبين الشكل (11–13) طريقة الاميتر–فولتميتر لقياس فرق الجهد والتيار. ففي الدائرة (11–13a) يقيس الفولتميتر فرق الجهد V_{ab} بين النقطتين a وb بينما الاميتر يقيس مجموع التيارين المارين في المقاومة الفولتميتر ($I=I^{\backslash}+I^{\backslash\backslash}$). وفي الدائرة b من الشكل ذاته يقيس الفولتميتر فرق الجهد V_{ac} بين النقطتين a وc بينما يقيس الاميتر التيار $I^{\backslash}$ المار في المقاومة.



- a- - b -

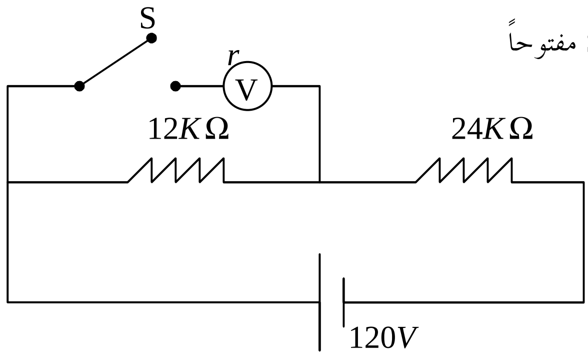
الشكل (11-13): طريقة الاميتر-فولتميتر لقياس فرق الجهد والتيار في دائرة كهربائية مغلقة
a - الفولتميتر يقيس فرق الجهد V_{ab} والاميتر يقيس مجموع التيارين $I^{\backslash}$ و $I^{\backslash\backslash}$ المارين في المقاومة والفولتميتر. b- الفولتميتر يقيس فرق الجهد V_{ac}، والاميتر يقيس التيار $I^{\backslash}$ المار في المقاومة.

مثال (11-7)

يستعمل فولتميتر مقاومته الداخلية $4\times10^4\,\Omega$ لقياس فرق الجهد عبر المقاومة $R_1=12K\,\Omega$ (شكل 11-14). اعتبر $R_2=24K\,\Omega$. 1- ما مقدار فرق الجهد عبر R_1 عندما يكون S مفتوحاً، 2- ما هي المقاومة المكافئة للدائرة عندما يكون S مغلقاً.

الحل :

1- في حالة المفتاح S مفتوحاً



الشكل (11-14)

$$I=\frac{V}{R}=\frac{V}{R_1+R_2}$$

$$=\frac{120}{(12+24)\times10^3}$$

$$=3.33\times10^{-3}\,A$$

$V = IR_1 = 3.33\times10^{-3}\times12\times10^{3}$

$= 40V$

2- المقاومتان ΩK 12و $4\times10^{4}\times10^{-3}K\Omega$ (المقاومة الداخلية للفولتميتر بوحدة الـــΩK) مربوطتان على التوازي. والمقاومة المكافئة لهما تعطى من :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r} = \frac{1}{12} + \frac{1}{40}$$

$$\therefore \ R = 9.23 \ K\Omega$$

عندئذ فان المقاومة المكافئة للدائرة كلها تعطى من:

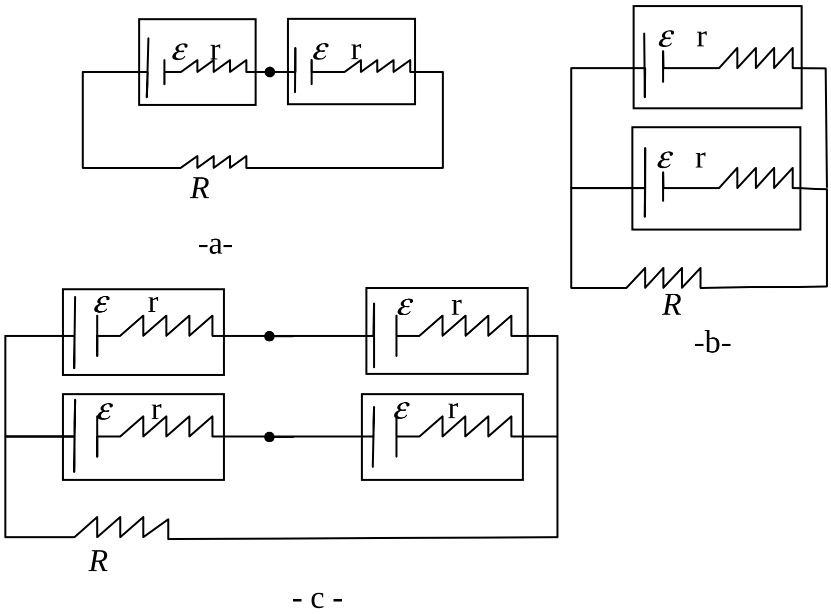
$R_{eq} = R + R_2 = 9.23 + 24 = 33.23\ K\Omega$

(5-11) توصيل الخلايا الكهربائية
Connection Of Electrical Cells

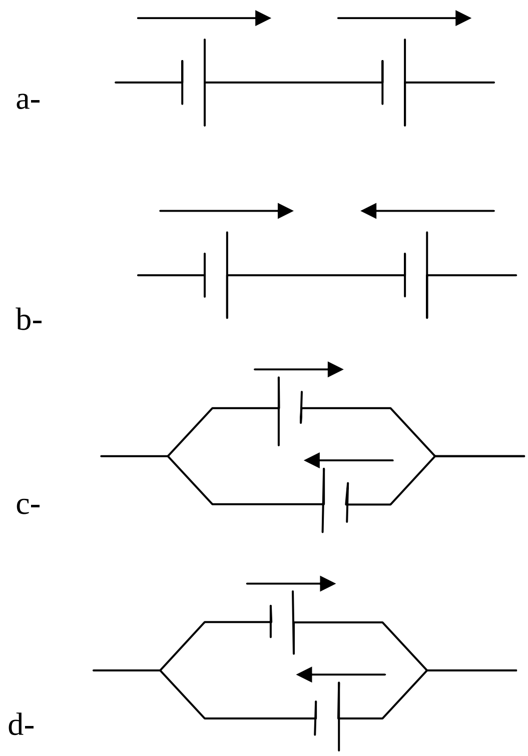
عند تركيب أي دائرة كهربائية نجد من الضروري أحيانا ربط عدد من الخلايا الجافة بصورة مجتمعة على التوالي كما في الشكل (15a-11)، أو على التوازي كما في الشكل (15b-11)، وفي حالات أخرى جديرة بالاهتمام يكون الربط مختلط كما في الشكل (15c-11).

أن الحال في ربط الخلايا الكهربائية يختلف تماماً عما هو عليه في حال ربط المقاومات أو عناصر الدائرة الكهربائية الأخرى كالمتسعات أو المحاثات. إن وضع خليتين أو أكثر في ترتيب معين لا يكفي لوصفها بأنها مربوطة على التوالي أو التوازي. فمثلاً يمكن لخليتين أن يوصف وضعهما في الدائرة بأربع طرق مختلفة فإما توالي كما في الشكل (16 a,b-11) أو توازي كما في الشكل (16 b,c-11).

فالربط في a يدعى توالي مساعد، وفي b توالي مضاد، وكذا في حالة التوازي ففي c يدعى الربط توازي الأقطاب المتشابهة، وفي d توازي الأقطاب المختلفة. لذا فالمصطلحان توالي و توازي غير قطعيان في هذه الحالة ولا يمكن أن يصفا بحد ذاتهما وضع الدائرة الكهربائية.



الشكل(11-15):توصيل الخلايا الكهربائية a- على التوالي. b- على التوازي. c- المختلط.



الشكل (11-16):أربع طرق لربط خليتين a- توالي مساعد.b- توالي مضاد.
c- توازي الأقطاب المتشابهة. d- توازي الأقطاب المختلفة.

أولا :– توصيل الخلايا على التوالي : **Series Cells Connection**

عند ربط خليتين متماثلتين عبر مقاومة خارجية R، القوة الدافعة الكهربائية لكل منها ε والمقاومة الداخلية r بالكيفية الموضحة في الشكل (11–15a) يقال عنها مربوطة على التوالي. وان معادلة التيار الرئيسي لها تكتب بالصيغة الآتية:

$$I=\frac{2\varepsilon}{2r+R}=\frac{\varepsilon}{r+\frac{R}{2}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11\text{-}11)$$

وفي الحالة العامة التي تتضمن توصيل عدد n من الخلايا الكهربائية المتماثلة (تسمى مجموع الخلايا الكهربائية المربوطة في الدائرة بالبطارية) المساعدة منها أو المضادة توصيلاً يقوم على التوالي فان معادلة الدائرة تأخذ الصيغة العامة الآتية :

$$I=\frac{n\varepsilon}{nr+R} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12\text{-}11)$$

نجد من المعادلة (11–12) أن القوة الدافعة الكهربائية المكافئة للبطارية تساوي المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية للخلايا في الدائرة. وان المقاومة الداخلية المكافئة هي المجموع الحسابي للمقاومات الداخلية. أما تيار البطارية فهو التيار لأي من الخلايا.

من الحالات الخاصة التي تمكننا من فهم مزايا ربط الخلايا على التوالي هي الحالة المرتبطة بقيمة المقاومة الخارجية R في الدائرة. فعندما تكون قيمة R قليلة مقارنة مع القيمة nr أي أن $R<<nr$ ، عندئذ يصبح التيار المار في الدائرة مساوياً تقريباً للكمية $\frac{\varepsilon}{r}$ أي مقارباً لقيمة التيار التي تعطيها خلية واحدة (أي قريبة من $I=\frac{\varepsilon}{R}$)، وهذا يعني إن ربط الخلايا على التوالي لن يزيد من قيمة التيار تحت تلك الظروف.

أما إذا كانت nr قليلة مقارنة مع R ،أي أن $nr<<R$ لأصبح تيار الدائرة مساوياً تقريباً للكمية $\frac{n\varepsilon}{R}$ وبهذا يزداد التيار n من المرات عما تعطيه الخلية الواحدة.

ثانياً :– توصيل الخلايا على التوازي : **Parallel Cells Connection**

الآن لو ربطت الخليتين بالكيفية الموضحة في الشكل (11–15b) بحيث تتصل الأقطاب الموجبة لها معاً وكذا الأقطاب السالبة، عندئذ يقال عنها مربوطة على التوازي وان معادلة التيار الرئيسي لها تكتب بالصيغة الآتية:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{2}} \qquad \text{.................(13-11)}$$

وفي الحالة العامة التي تتضمن توصيل عدد n من الخلايا الكهربائية المتماثلة ذات الأقطاب المتشابهة منها أو المختلفة توصيلاً يقوم على التوازي فان معادلة الدائرة تأخـذ الشكل الآتي :

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}} \qquad \text{................(14-11)}$$

يتضح من المعادلة (11–14) أن القوة الدافعة الكهربائية المكافئة للبطارية تساوي القـوة الدافعة الكهربائية لأي من الخلايا، وان مقلوب المقاومة الداخلية للبطارية يساوي مجموع مقلوبات المقاومات الداخلية للخلايا، بمعنى أن المقاومة المكافئة لها تصبح $\frac{r}{n}$، فضلاً عن إن التيار الكلي ينقسم بالتساوي على عدد الخلايا في الدائرة.

من المعادلة (11–14) نجد أن لافائدة من توصيل الخلايا على التوازي في حالة $\frac{r}{n}$ قليلة مقارنة مع R ،لان قيمة التيار المار في الدائرة ستصبح قريبة من القيمـة الـتي تعطيها خلية واحدة وهي $I = \frac{\varepsilon}{R}$. وفي حالة R قليلة مقارنة مع $\frac{r}{n}$ لأصبح تيار الدائرة مساوياً تقريباً للكمية $\frac{n\varepsilon}{r}$ وبهذا يزداد التيار n من المرات عما تعطيه خلية واحدة.

وأخيرا نشير إلى الحالة التي عندها تكون القوة الدافعة الكهربائية للخلايا غـير متساوية أو أنها مربوطة كما في الشكل (11–16b) فسنأتي إلى توضيحها في بند قادم.

ثالثاً :– توصيل الخلايا المختلط : Mixed Cells Connection

في هذا النوع من التوصيل المختلط القائم على الدمج بين التوصيل على التـوالي والتوصيل على التوازي كمـا في الشكل (11–15c)، نجد أن القوة الدافعة الكهربائية الكلية تساوي القوة الدافعة الكهربائية لصف واحد من الخلايا أي $n\varepsilon$، وان معادلـة التيار الرئيسي لدائرة فيها عدد الصفوف المتصلة على التوازي m تأخذ الصيغة الآتية:

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{nr}{m}} \qquad \text{....................(15-11)}$$

حيث $\frac{nr}{m}$ تمثل المقاومة الداخلية لجميع الخلايا في الدائرة.

ومن المعادلة (11-15) يمكننا الحصول على أعلى قيمة للتيار بجعل $R=\frac{nr}{m}$

$$\therefore I=\frac{m\varepsilon}{2r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16\text{-}11)$$

مثال (11-8)

ربطت بطارية قوتها الدافعة الكهربائية ε ومقاومتها الداخلية r بمقاومة خارجيـــة R.

اثبت أن القدرة المتحولة إلى المقاومة الخارجية تساوي :

$$P=\varepsilon^2\frac{R}{(R+r)^2}$$

الحل :

القدرة الكهربائية المجهزة إلى الدائرة = القدرة الكهربائية المتحولة إلى المقاومة الخارجية + القدرة المستهلكة في المقاومة الداخلية للبطارية ، أي:

$$\varepsilon I=I^2R+I^2r$$

$$\therefore \varepsilon=I(R+r)$$

$$\varepsilon^2=I^2(R+r)^2$$

لدينا

$$P=I^2R$$

$$\therefore \varepsilon^2=\frac{P}{R}(R+r)^2$$

ومنها

$$P=\varepsilon^2\frac{R}{(R+r)^2}$$

مثال (11-9)

مجموعة من الخلايا الكهربائية مكونة من أربعة صفوف متصلة على التـــوازي كما في الشكل (11-17) كل صف يحتوي على خمس خلايا متصلة على التوالي. فـــإذا علمت أن القوة الدافعة الكهربائية لكل خلية تساوي $1.8V$ ومقاومتها الداخلية $0.8\,\Omega$ والمقاومة الخارجية للدائرة $17\,\Omega$، احسب:1- القوة الدافعة الكهربائية لمجموعة الخلايا، 2- مقاومة مجموعة الخلايا، 3- التيار الذي يمر في المقاومة الخارجية،4 - التيار الذي يمر في كل خلية.

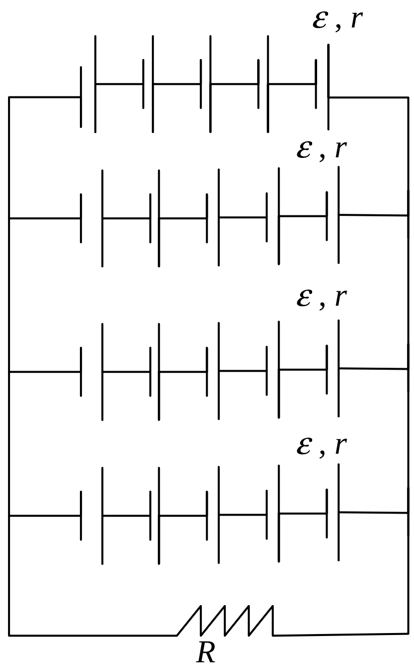
الحل :

1- القوة الدافعة الكهربائية الكلية تساوي القوة الدافعة الكهربائية لصف واحد من الخلايا، أي :

$$\varepsilon_{tot} = n\varepsilon = 5\times1.8 = 9V$$

2- مقاومة مجموعة الخلايا هي:

$$r = 5\times0.8 = 4\Omega$$
$$\frac{1}{r}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$$
$$\frac{1}{r} = 4\times\frac{1}{4} = 1$$
$$\therefore r = 1$$



الشكل (17-11)

3- نعوض عن القيم $\varepsilon=1.8V$ و $R = 17\Omega$ و $r = 0.8\Omega$ و $m = 4$ و $n = 5$ في المعادلة

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{nr}{m}}$$

فنحصل على :

$$I = \frac{5\times1.8}{17+\frac{5\times0.8}{4}} = 0.5A$$

4- لحساب التيار المار في كل خلية يقسم تيار الدائرة الرئيسي على عدد صفوف الخلايا :

$$I = \frac{0.5}{4} = 0.125A$$

مثال (10-11)

ربطت 32 خلية ربطاً مختلطاً مع مقاومة خارجية 8Ω. المطلوب معرفة الطريقة التي يتم فيها توصيل الخلايا بحيث ينتج اعلي تيار ممكن في المقاومة الخارجية. وما قيمة هذا التيار إذا علم أن القوة الدافعة الكهربائية لكل خلية تساوي $1V$ ومقاومتها الداخلية 1Ω.

الحل :

لنتأمل المعادلة (11-15) :

$$I=\frac{n\varepsilon}{R+\frac{nr}{m}}$$

والتي يمكن صياغتها بالصورة $I=\frac{nm\varepsilon}{mR+nr}$ سنجد أن أعلى قيمة للتيار يمكن الحصول عليها عندما :

$$mR=nr$$

$$\therefore m\times 8=n\times 1$$

ومن منطوق السؤال نجد :

$$nm = R = 32$$

وبالتعويض عن n في المعادلة أعلاه ينتج :

$$m\times 8=\frac{32}{m}$$

ومنها :

$$m=\sqrt{\frac{32}{8}}=2$$

وان

$$n=\frac{32}{2}=16$$

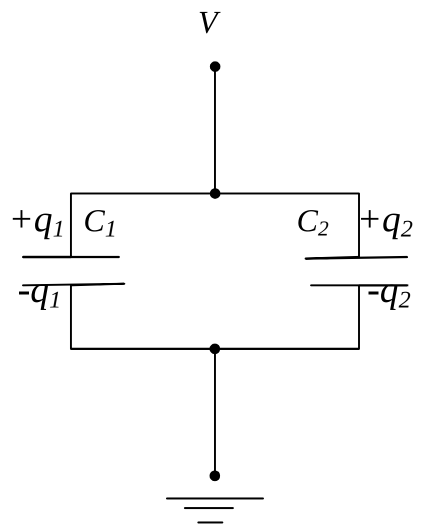
وهذا يعني أن الخلايا يجب أن توصل على شكل صفين متوازيين في كل صف ستة عشر خلية موصلة على التوالي. أما قيمة التيار فيمكن إيجادها من المعادلة (11-15)، أي:

$$I=\frac{n\varepsilon}{R+\frac{nr}{m}}=\frac{16\times 1}{1+\frac{16\times 1}{2}}=1A$$

(6-11) توصيل المكثفات على التوازي والتوالي
Shunt Capacitors and Series Capacitors

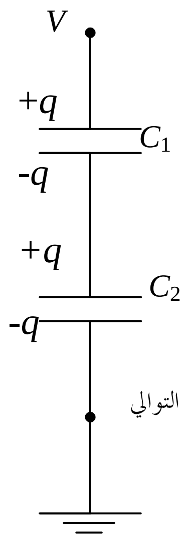
لأي مجموعة من المكثفـــات عندما توصل على التـــــوازي (شـــكل 11-18) تتساوى جهودها وان سعاقا تجمع كما في حالة المقاومات الموصلة على التوالي، أي:

$$C=\frac{q_1+q_2}{V}=\frac{q_1}{V}+\frac{q_2}{V}=C_1+C_2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(17\text{-}11)$$



الشكل (11-18) :مكثفان موصلان على التوازي.

وإذا وصلت على التوالي فان المكثفات تحمل نفس الشحنة الشكل (11-17)، عندئذ:



$$V=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}=\frac{q}{C}$$

$$\left.\begin{array}{l}\therefore \dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2} \\ \\ C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\end{array}\right\} \text{أو} \qquad \ldots\ldots(18\text{-}11)$$

الشكل (11-17) :مكثفان على التوالي

(11–7) قانونا كيرتشهوف Kirchhoff's Laws

كثير من الشبكات الكهربائية التي لا تحتوي على مقاومات متصلة في مجموعات بسيطة على التوالي أو التوازي، لا يمكن اختزالها إلى تراكيب ابسط باستخدام الطريقة الاعتيادية المتبعة مع المقاومات في حالة ربط التوالي أو التوازي أي طريقة المقاومات المكافئة حسبما جاء في البنود السابقة. أضف إلى ذلك قد تحتوي هذه الشبكات على خلايا للقوة الدافعة الكهربائية في أكثر من مسار واحد من مسارات الشبكة. ولمعالجة مسائل من هذا النوع والتمكن من حساب قيم التيارات المختلفة المارة في كل من المسارات الممكنة بالشبكة سنتعرض إلى مبدأين أساسيين وصفا من قبل العالم الألماني كيرتشهوف (1824–1887) يعرفان بقانوني كيرتشهوف واللذان يطبّقان على الحالات المستقرة فقط.

ينص قانون كيرتشهوف الأول (وهو نابع عن مبدأ حفظ الشحنة الكهربائية) على إن: **المجموع الجبري لجميع التيارات المتفرعة من أية نقطة تفرع في دائرة مغلقة يساوي صفراً**، أي أن:

$$\sum I = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(19\text{-}11)$$

ولغرض تطبيق هذه القاعدة على أية نقطة تفرع في دائرة سنكتب التيارات الداخلة إلى نقطة تفرع* بإشارة موجبة والخارجة بإشارة سالبة. ينص قانون كيرتشهوف الثاني (وهو نابع عن قانون حفظ الطاقة) على أن: **المجموع الجبري لتغيرات الجهد حول أي دائرة كهربائية مغلقة يساوي صفراً**. وبعبارة أخرى المجموع الجبري للقوة الدافعة الكهربائية للمصادر الموجودة في أية دائرة مغلقة في شبكة كهربائية زائداً المجموع الجبري لفروق الجهد في تلك الدائرة يساوي صفراً، أي:

$$\sum \varepsilon + \sum IR = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots..(20\text{-}11)$$

ولاننسى الرجوع إلى قواعد الإشارات الموجبة والسالبة للتغيرات في الجهد (التي ذكرناها في البند 11–2) عند استعمال هذا القانون.

---

* نقصد بنقطة التفرع نقطة ملتقى لثلاثة أطراف توصيل حاملة لتيار كهربائي.

مثال (11-11)

في الدائرة الموضحة في الشكل (11-20)، $I_1=0.2A$ أوجد ε .

الحل :

بتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة المغلقة cdefc نحصل على:

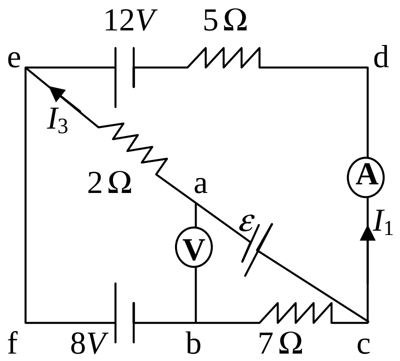
$$-5\times0.2+12-8-7I_2=0$$

$$-1+12-8=7I_2$$

$$\therefore I_2=\frac{3}{7}=0.43A$$

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الأول على النقطة e نحصل على:

$$I_1+I_3-I_2=0$$



الشكل (11-20)

وبالتعويض عن قيم I_1 و I_2 في المعادلة أعلاه نحصل على:

$$I_3=I_2-I_1=0.43-0.2=0.23A$$

ولإيجاد ε نطبق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة المغلقة cdeac مع التعويض عن قيم I_1 و I_2 :

$$-5I_1+12+2I_3+\varepsilon=0$$

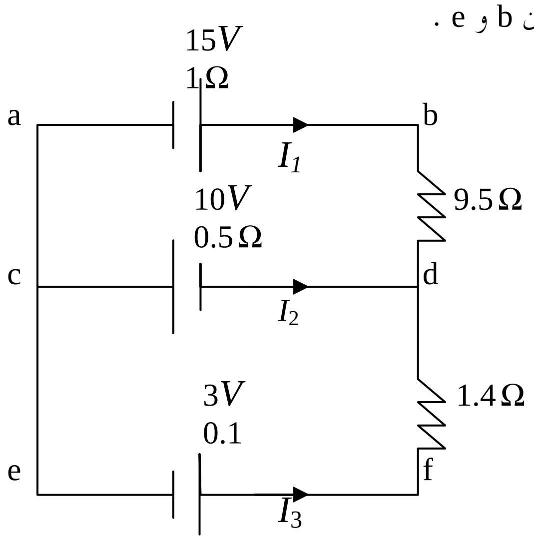
$$-5\times0.2+12+2\times0.23+\varepsilon=0$$

$$\therefore\varepsilon=-11V$$

الإشارة السالبة تدلنا على أن قطبية البطارية هي بالفعل عكس تلك المبينة في الشكل .

مثال (11-12)

بالنسبة للدائرة الموضحة في الشكل (11-21). احسب I_1 و I_2 و I_3 وفرق الجهد بين النقطتين b و e .



الشكل (11-21).

الحل :

بتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة abdc نحصل على:

$15 - I_1 - 9.5I_1 + 10 + 0.5I_2 = 0$

$25 - 10.5I_1 + 0.5I_2 = 0$ ……………....(21-11)

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الأول على النقطة d نحصل على:

$I_1 + I_2 + I_3 = 0$ ………………….….(22-11)

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة cdfc نحصل على:

$-10 - 0.5I_2 + 1.4I_3 - 3 + 0.1I_3 = 0$

$-13 + 1.5I_3 - 0.5I_2 = 0$ …………...…(23-11)

وبالتعويض عن I_3 من المعادلة (11-22) في المعادلة (11-23) نحصل على:

$-13 + 1.5(-I_1 - I_2) - 0.5I_2 = 0$

$-13 - 1.5I_1 - 1.5I_2 - 0.5I_2 = 0$

$-13 - 1.5I_1 - 2I_2 = 0$

$$\therefore I_1 = \frac{-13 - 2I_2}{1.5}$$ …………….(24-11)

وبالتعويض عن I_1 من المعادلة (11-24) في المعادلة (11-21) نجد قيمة I_2

$$25-10.5(\frac{-13-2I_2)}{1.5}+0.5I_2=0$$
$$25+\frac{10.5\times13}{1.5}+\frac{10.5\times2I_2}{1.5}+0.5I_2=0$$
$$25+91+14I_2+0.5I_2=0$$
$$116+14.5I_2=0$$
$$\therefore I_2=-\frac{116}{14.5}=-8A$$

وبالتعويض عن قيمة I_2 في المعادلة (11-22) نحصل على :

$$I_1=\frac{-13-2\times(-8)}{1.5}=2A$$

نعوض عن قيم I_1 و I_2 في المعادلة (11-20) لإيجاد I_2

$$2+(-8)+I_3=0$$
$$=I_3=8-2=6A$$

من هذه النتائج يتضح أن اتجاه التيارين I_1 وI_2 صحيحين. أما اتجاه التيار I_3 فيجب أن يكون عكس الاتجاه المؤشر في الشكل (11-7).

لإيجاد فرق الجهد بين النقطتين b و e يستخرج المجموع الجبري لتغيرات الجهد عبر المسار من b إلى e نحصل على :

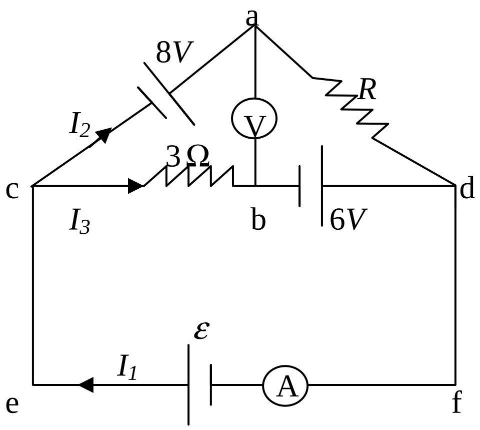
$$V_b-9.5I_1+1.4I_3-3+0.1I_3=V_e$$
$$\therefore V_{be}=V_b-V_e=9.5I_1-1.4I_3+3-0.1I_3$$
$$=9.5I_1-1.5I_3+3=9.5\times2-1.5\times6+3=19-9+3=13V$$

مثال (11-13)

بالنسبة للدائرة الموضحة في الشكل (11-22). احسب قراءة كل من الاميتر والفولتميتر المثاليين، إذا كانت $\varepsilon=13V, R=10\Omega$

الحل :

نجد I_2 بتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة cadfe :



الشكل (22-11)

$$8-10I_2+13=0$$

$$I_2=\frac{21}{10}=2.1A$$

ونجد I_3 بتطبيق القانون على الدائرة cbdfe:

$$-3I_3+6+13=0$$

$$I_3=\frac{19}{3}=6.3A$$

وبتطبيق قانون كيرتشهوف على النقطة c نجد :

$$I_1-I_2-I_3=0$$

وبتعويض قيم I_2 وI_3 في هذه المعادلة نحصل على قيمة I_1 وهي:

$$I_1-2.1-6.3=0$$

$$I_1=2.1+6.3=8.4A$$

وهي قراءة الاميتر.

ولإيجاد قراءة الفولتميتر V_{ab} تكتب معادلة كيرتشهوف الثاني للدائرة المغلقة acb :

$$V_a-8-3I_3=V_a$$

$$V_{ab}=V_a-V_b=8+3I_3$$

$$=8+3\times6.3=26.9V$$

وحيث إن هذا هو فرق الجهد بين a إلى b فان النقطة a يجب أن تكون عند جهد أعلى.

مثال (11-14)

في الشكل (11-22) الفولتميتر يقرأ $14V$ والاميتر يقرا $4.5A$ احسب ε و R.

الحل :

بتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة المغلقة cbdfe نجد :

$$-3I_3+6+I_1\times 0+\varepsilon=0$$

$$-3I_3+6+\varepsilon=0 \qquad \text{.....................}(25\text{-}11)$$

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة المغلقة cab، ونتذكر إن النقطة a عند الجهد الأعلى، نجد:

$$8-14+3I_3=0$$

$$I_3=\frac{6}{3}=2\ A$$

وبتعويض قيمة I_3 في المعادلة (11-25) نجد:

$$-3\times 2+6+\varepsilon=0$$

$$\therefore \varepsilon=0$$

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الأول على النقطة c يكون:

$$I_1-I_2-I_3=0$$

وبالتعويض عن قيمة I_3 وقراءة الاميتر 4.5 التي تمثل قيمة I_1 في المعادلة أعلاه، نجد:

$$4.5-I_2-2=0$$

$$I_2=2.5A$$

وبتطبيق قانون كيرتشهوف الثاني على الدائرة المغلقة cadfe نحصل على:

$$8-RI_2-6+3I_3=0$$

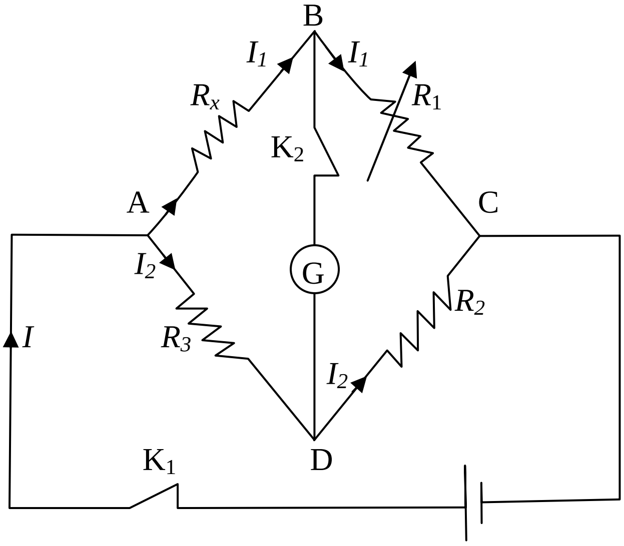
وبالتعويض عن قيم I_2 و I_3 في هذه المعادلة نجد قيمة R:

$$8-R\times 2.5-6+3\times 2=0$$

$$\therefore R=3.2\Omega$$

(8-11) قـــنطرة وتســـتون Wheatstone Bridge

يوضح الشكل (11-23) دائرة قنطرة وتستون التي صممت من قبـــل العـــالم الإنكليزي شارل وتستون (Sharles Wheatstone) سنة 1843. تتميز هذه الـــدائرة بسهولة الاستعمال ودقة القياس حيث تستعمل في إيجاد قيمة مقاومة مجهولة، وهي تتكون من أربع مقاومات موزعة على أربع اذرع، المقاومتان R_2 و R_3 قياسيتان وذات قيمتين معلومتين، أما المقاومة R_1 فهي قابلة للتغيير ومدرجة تستعمل للتحكم في مرور التيار بين النقطتين B و D بينما المقاومة R_x مجهولة القيمة. النقطتان A وC تتـــصلان بقطـــبي بطارية وتتصل النقطتان D و B بكلفانومتر حساس (G).



الشكل (11-23) : قنطرة وتستون.

عند سريان التيار الكهربائي خلال الدائرة يتجزأ عند النقطة A إلى جزئين I_1 وI_2 فإذا كان الجهد الكهربائي عند النقطة B يختلف عن جهد النقطة D فان فرق الجهد V_{BD} بين النقطتين B وD سيدفع تيار خلال الكلفانومتر يؤدي إلى انحراف مؤشره عن الصفر بمقدار يتناسب مع مقدار التيار المار خلاله. أما إذا كان فرق الجهد بين النقطتين B و D صفراً فان مؤشرة الكلفانومتر سيستقر عند نقطة الصفر مما يشير إلى عدم مرور تيار كهربائي خلاله ،وهذا يعني حدوث حالة الاتزان. وفي هذه الحالة يكون التيـــار I_1 المار في الذراع BA مساوٍ للتيار المار في الذراع CB، وأيضا يكون التيار I_2 المـــار في

الذراع DA مساوٍ للتيار المار في الذراع CD وبذلك يكون فرق الجهد بين النقطتين A وD مساوٍ لفرق الجهد بين النقطتين A و B ،أي أن:

$$V_{AB} = V_{AD}$$

أو

$$I_1 R_x = I_2 R_3 \qquad \text{........................(26-11)}$$

وبنفس الأسلوب يكون فرق الجهد بين النقطتين C وB مساوٍ لفرق الجهد بين النقطتين C وD، أي أن :

$$V_{CB} = V_{CD}$$

أو

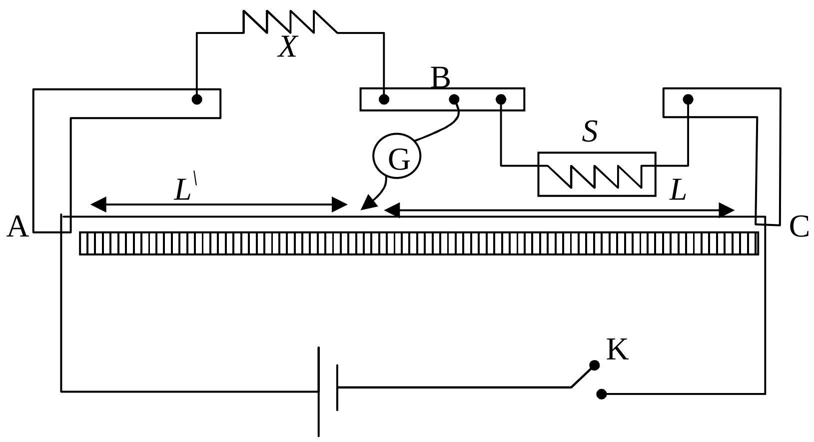
$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \qquad \text{...................(27-11)}$$

بقسمة المعادلة (11–27) على المعادلة (11–26) نجد :

$$R_x = R_1 \frac{R_2}{R_3} \qquad \text{.....................(28-11)}$$

وبتعويض قيم المقاومات المعلومة في المعادلة (11–28) يمكن حساب قيمة المقاومة R_x.

هناك أجهزة أخرى شائعة تعتمد نفس المبدأ مثل قنطرة وتستون المترية وهي متكونة من جسر من الخشب مثبتْ عليه مسطرة خشبية مدرّجة ومثبت عليها سلك معدني (AC) مقطعه العرضي منتظم ومقاومته النوعية منتظمة أيضا ويبلغ طوله متراً واحداً يتزلق عليه مجس كما موضح في الشكل (11–24).



الشكل (11–24) : قنطرة ويتستون المترية.

وبمقارنة الشكلين (11–23) و (11–24) يتضح أن المقاومات R_x وR_1 وR_2 وR_3 يقابلها على الترتب X وS و L و$L^\backslash$ وعليه يتحقق شرط التوازن في هذه القنطـــرة عندما:

$$X = S\frac{L}{L^\backslash} \qquad \text{..................(29-11)}$$

فإذا كانت المقاومة S معلومة يمكن قياس L و$L^\backslash$ ومنها نحسب قيمة المقاومة المجهولة X.

مثال (11–15)

في الشكل (11–25) ماهي قيمة المقاومة R_4 إذا كانت القنطرة تتزن عنـــدما $R_1 = 60\Omega$ و$R_2 = 20\Omega$ و$R_3 = 19.6\Omega$.

الحل :

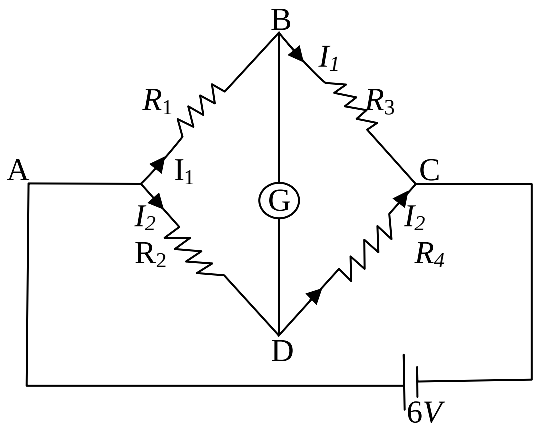
عندما تكون الدائرة متّزنة فان قيم المقاومات تحقق العلاقة :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

وبتعويض قيم المقاومات في هذه العلاقة نجد قيمة المقاومة المجهولة R_4 ،أي :

$$\frac{60}{20} = \frac{19.6}{R_4}$$

$$\therefore R_4 = \frac{20\times 19.6}{60} = 6.53\Omega$$



الشكل (11–25).

مثال (11-16)

تأمَّلْ خمس مقاومات مربوطة كما في الشكل (11-26). جد المقاومة المكافئة بين النقطتين a و b .

الحل :

من الملائم أن نفترض إن التيار يدخل الدائرة من نقطة التفرع a، وبسبب ان جميع المقاومات على محيط الدائرة متساوية القيمة وتساوي 1Ω فان تيارات الفرعين ac و ad لابد أن تكون متساوية.

إن الجهد الكهربائي عند النقطتين c وd تكون متساوية، وهذا يعني ان $\Delta V_{cd} = 0$، ونتيجة لذلك يمكن أن نتصور تطابق النقطتين c وd كما ترى في الدائرة (11-24b).

إن المقاومة 5Ω تكون خارج الدائرة أي ليس لها تأثير على حساب المقاومة المكافئة للدائرة وعليه تختزل الدائرة إلى الحالة المبينة في الشكل (11-24c).

في الدائرة (11-26b) المقاومتان $1\,\Omega$ على الجانب الأيسر والأيمن من المقاومة $5\,\Omega$ مربوطة على التوازي، لذا فان المقاومة المكافئة لكلاهما تكون:

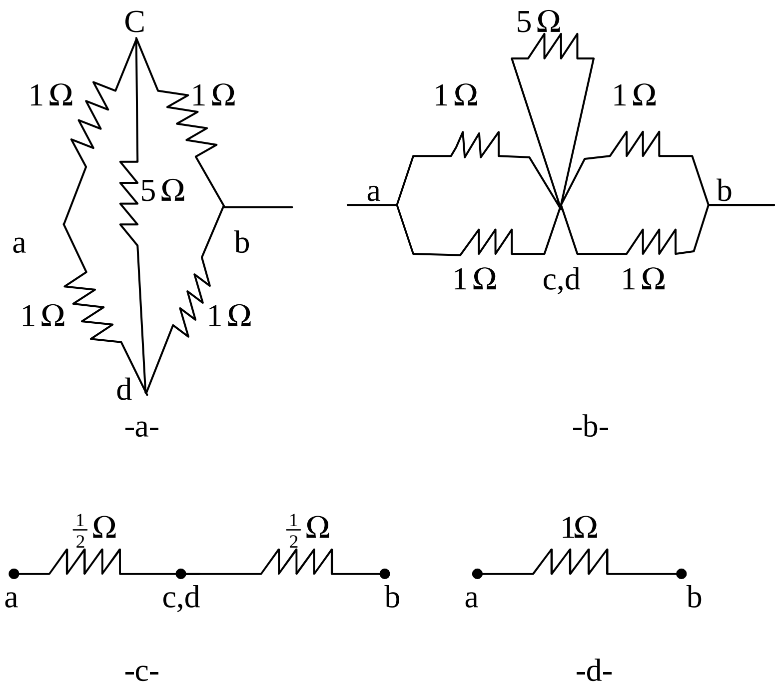
$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \Rightarrow R_L = \frac{1}{2}\Omega$$

$$\frac{1}{R_R} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \Rightarrow R_R = \frac{1}{2}\Omega$$

وان المقاومة المكافئة الكلية للدائرة تعطى من المعادلة :

$$R_{eq} = R_L + R_R = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\Omega$$

كما ترى في الدائرة (11-26d).



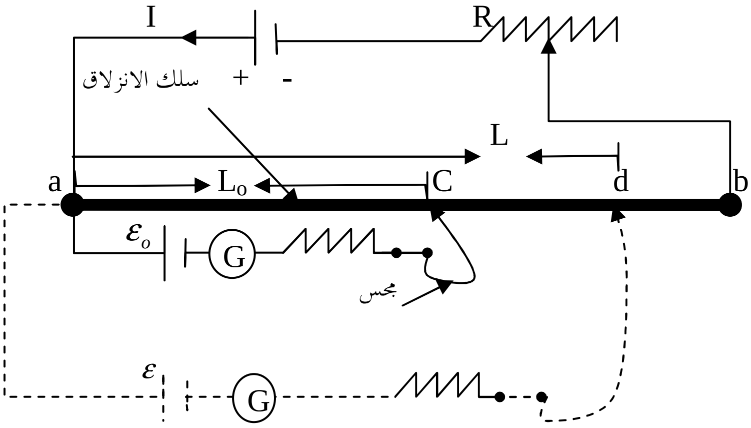
الشكل (11-26)

(11-9) مقياس الجهد الكهربائي (المجهاد) The Potentiometer

يستعمل المجهاد في قياس فرق الجهد والقوة الدافعة الكهربائية على درجة عالية من الدقة تفوق في ذلك الفولتميتر. لقياس القوة الدافعة الكهربائية ε لمصدر ما كالبطارية مثلاً تُربط على التوالي مع كلفانوميتر حساس ومقاومة وثم مجس يتزلق على سلك معدني متجانس مقطعه العرضي منتظم ومقاومته النوعية منتظمة أيضا، ويبلغ طوله متراً واحداً (ab) كما موضح في الشكل (11-27).

لقد وجد أن التوازن يحصل عندما ينعدم مرور التيار الكهربائي في البطارية ε وتسجيل مؤشر الكلفانوميتر صفراً للتيار في موضع مثل c، وهذا يعني أن فرق الجهد عبر الجزء ac من السلك أصبح معادلاً للقوة الدافعة الكهربائية المجهولة ε_0. إذن:

$$\varepsilon_0 = V_{ac} \qquad \text{..................(29-11)}$$



الشكل (11–27) : استعمال المجهاد لإيجاد القوة الدافعة الكهربائية.

الآن إذا أخذنا بطارية أخرى قياسية قوتها الدافعة الكهربائية معروفة ولتكن ε وربطناها في الدائرة بدلاً من البطارية ε_o واعدنا الخطوات السابقة حتى يحصل التــوازن مرة أخرى في نقطة مثل b يكون :

$$\varepsilon = V_{ab} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(30\text{-}11)$$

ولما كان فرق الجهد بين النقطة a و أي نقطة أخرى مثل d يتناسب مع طول السلك الواقع بين هاتين النقطتين، أي أن :

$$\left.\begin{array}{l} V_{ac} \propto L_o \Rightarrow V_{ac} = I\rho L_o \\ V_{ad} \propto L \Rightarrow V_{ad} = I\rho L \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots..(31\text{-}11)$$

حيث L_o طول الجزء ac من السلك عند استعمال البطارية المجهولة ε_o

L طول الجزء ad من السلك عند استعمال البطارية القياسية ε

ρ المقاومة لوحدة الطول

وبربط المعادلتين (11–29) بالمعادلة (11–31) نحصل على :

$$\frac{V_{ad}}{V_{ac}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \frac{L}{L_o}$$

ومنها

$$\varepsilon = \varepsilon_o \frac{L}{L_o} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(32\text{-}11)$$

ويمكننا قياس ε طالما أن ε_o و L و L_o معروفة.

ومن الجدير بالذكر انه لكي يحصل التوازن في جهاز المجهاد لابد من أن تكـــون القوة الدافعة الكهربائية للبطارية المجهولة اصغر من فرق الجهد V_{ab} بين النقطتين a وb.

مثال (11-17)

الشكل (11-27) يمثل دائرة كهربائية لمجهاد ذو سلك انــزلاق طولــه $100cm$ ومقاومته $R_L = 200\Omega$ ربط على التوالي مع مقاومة متغيرة وبطاريـــة ذات فولتية $2.5V$ ومقاومة داخلية مهملة. فإذا كانت الخلية القياســـية $\varepsilon_o = 1V$ ونظّمت المقاومة المتغيرة بحيث حصل الاتزان عند نقطة c التي تبعد $50cm$ عـــن النقطة a. ثم وصّلت البطارية المجهولة ε بدلاً من ε_o فحدث الاتزان عند نقطة d التي تبعد $75cm$ عن النقطة a، احسب :1- التيار المار في الـــسلك، 2- قيمـــة المقاومة المتغيرة، 3- قيمة ε_o.

الحل :

1- تحسب قيمة التيار المار في سلك المقياس عند حـــدوث الاتـــزان في النقطـــة c باستعمال المعادلتين (11-29) و (11-31) :

$$\varepsilon_0 = V_{ac} = I\ell L_o$$

$$\therefore I = I \times \frac{200}{100} \times 50 = 0.01\ \mathrm{A}$$

2- تحسب قيمة المقاومة المتغيرة R من المعادلة :

$$\varepsilon_s = IR + IR_L$$

واضح من الدائرة الكهربائية أن التيار المار في R مساوياً للتيار المار في R_L :

$$2.5 = 0.01(R + 200)$$

$$\therefore R = 50\Omega$$

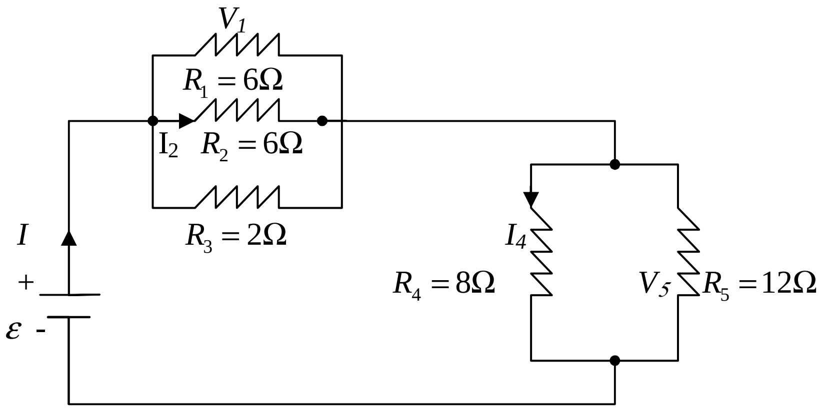
3- تحسب القوة الدافعة الكهربائية المجهولة ε من تطبيق المعادلة (11-32):

$$\varepsilon = \varepsilon_o \frac{L}{L_o}$$

$$\therefore \varepsilon = 1 \times \frac{75}{50} = 1.5V$$

Exercises التمارين

(1-11): أوجد قيم التيارات والجهود المحددة في الدائرة المبينة في الشكل (11-28)



الشكل (11-28)

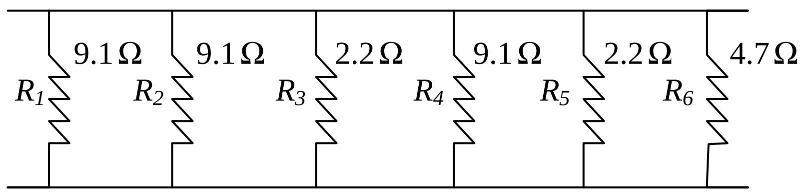
(2-11): لغرض شحن بطارية قوتها الدافعة الكهربائية $12V$ ومقاومتها الداخلية $0.6V$ استعملت فولتية قدرها $13.2V$، احسب :

1- تيار الشحن.

2- معدل الطاقة التي تحول إلى طاقة كيميائية في البطارية.

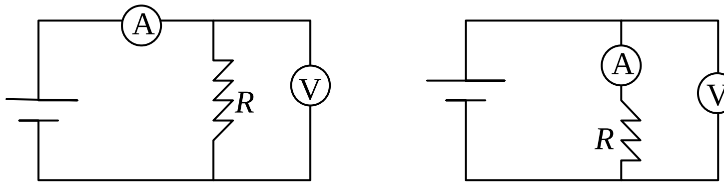
3- معدل الطاقة التي تبدد بشكل حرارة.

(3-11): أوجد المقاومة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل (11-29)



الشكل (11-29).

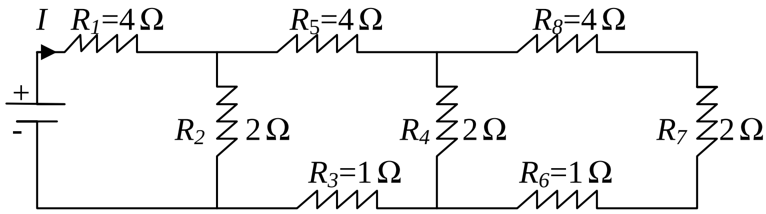
(4-11): من الطرق المستعملة عملياً لقياس المقاومة هي ان يربط فولتميتر على التوازي مع المقاومة المراد قياسها واميتر على التوالي معها (انظر الدائرتين المبينتين في الشكل 11-30). ومن ثم تحسب قيمة المقاومة من حاصل قسمة الفولتية



الشكل (11-30).

على التيار. جد العلاقة بين القيمة المقاسة عملياً $R^{\backslash}$ والقيمة الحقيقية R للمقاومة في كل من الدائرتين. وما الشرط اللازم توفره لكي تصبح $R^{\backslash}=R$ ؟

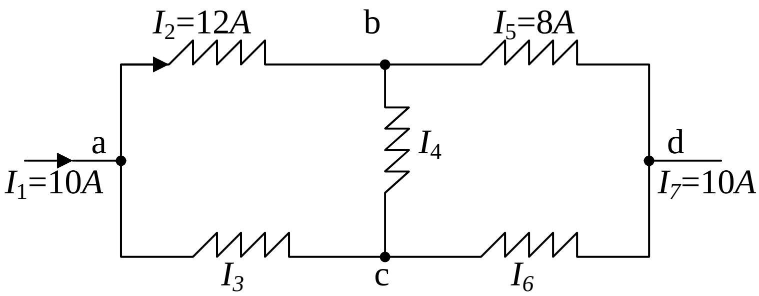
(11-5) : في الدائرة المبينة في الشكل (11-31) .احسب:المقاومة المكافئة للدائرة، 2- التيار I، 3- التيار I_6.



الشكل (11-31).

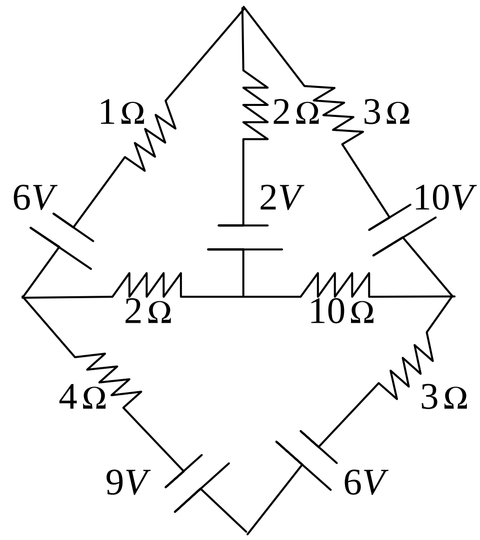
(11-6) : ثلاث مقاومات ربطت على التوالي وعند تسليط فرق جهد معين عبر المجموعة استهلكت قدرة مقدارها $10W$. ما القدرة التي ستستهلك إذا ربطت المقاومات الثلاث على التوازي وسلط نفس فرق الجهد ؟

(11-7) : أوجد قيمة واتجاه التيارات I_7, I_6, I_4, I_3 في الدائرة المبينة في الشكل (11-31) وذلك باستعمال قانون كيرتشهوف للتيارات.



الشكل (11-31)

(11-8) : باستعمال قانون كيرتشهوف احسب التيار المار في المقاومة $10\,\Omega$ الموضحة في الشكل (11-32).



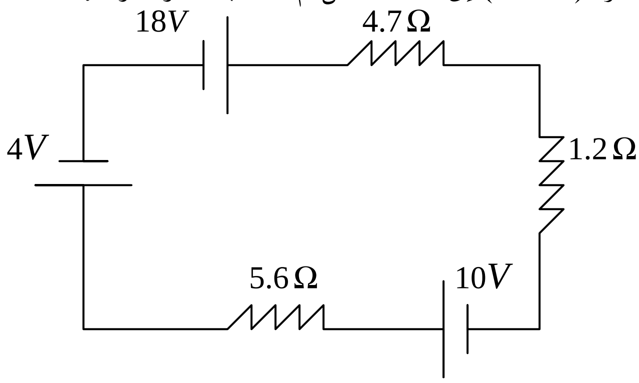
الشكل (11-32)

(11-9) : في المثال (11-7) جد فرق الجهد عبر المقاومة R_1 في حالة المفتاح مغلقاً.

(11-10) : بطارية جافة قوتها الدافعة $1.5V$ ومقاومتها الداخلية $0.1\,\Omega$ ربطت بمقاومة $1.9\,\Omega$. احسب التيار المار في هذه المقاومة وفرق الجهد بين طرفيها.

(11-11) : كم من الخلايا يجب ربطها على التوالي لتوليد تيار قدره أمبير واحد في مقاومة قدرها $7.5\,\Omega$. إذا علم ان لكل من هذه الخلايا قوة دافعة كهربائية تساوي $1.5V$ ومقاومة داخلية قدرها $0.25\,\Omega$ ؟

(11-12) : اختزلْ الدائرة (11-33) إلى ابسط شكل ثم احسب التيار المار فيها.



الشكل (11-33)

(11-13) : في قنطرة وتستون المترية حدث الاتزان عندما كان المفتاح المنزلق على بعد قدره $25cm$ عن احد طرفي سلك الاتزان الذي يبلغ طوله متراً واحداً. جد قيمة المقاومة المجهولة علماً بأنها كانت مرتبطة بذلك الطرف من القنطرة، أما المقاومة القياسية وقيمتها $3.6\,\Omega$ فقد كانت مرتبطة بالطرف الأخر.

(11-14) : ربط على التوالي مصدر قوته الدافعة الكهربائية $4V$ أهملت مقاومته الداخلية، مع مقاومة متغيرة R وسلك منتظم CD وله $2m$ ومقاومته $4.2\,\Omega$. ربط مصدر آخر ε بحيث كان احد قطبيه متصلاً بالنقطة C والقطب الأخر بكلفانومتر حساس مربوط طرفه الأخر بمفتاح P يتزلق على طول السلك. فعندما كانت قيمة B مساوية إلى $5.8\,\Omega$ وطوله CP $1.25cm$ حصل التوازن، أي انعدم مرور التيار في الكلفانومتر. وعندما ربطت على التوازي مقاومة مقدارها $4.8\,\Omega$ مع المصدر ε لوحظ انه من الضروري تغيير الطول CP ليصبح $1m$ للحصول على التوازن مرة أخرى. أوجد : 1- المقاومة الداخلية للمصدر ε، 2- قيمة R لإرجاع CP إلى طوله الأول ($1.25m$) ليحصل التوازن مع بقاء المقاومة $4.8\,\Omega$ متصلة بالمصدر ε.