

المتتالية: (Sequence)

تعريف:- لتكن A مجموعة ما لتطبيق $f: N \rightarrow A$ يسمى متتالية في A (Sequence in A)

و يرمز لها بالرمز $\{f_n\}$ او f_1, f_2, f_3, \dots

حيث $f_n = f(n), n \in N$

ملاحظة:- اذا كانت $A = R$ فتسمى المتتالية بمتتالية من الاعداد الحقيقية

(Sequence of real number)

مثال:- كل من $\{(-1)^n\}, \{\frac{1}{2^n}\}$ متتالية حقيقية .

التبديل: (Permutation)

تعريف:- لتكن A مجموعة غير خالية كل تطبيق تقابلي منطلقه و مستقره المجموعة A يسمى تبديلا .

مثال:- لتكن $A = \{1,3,5\}$

و ان $f: A \rightarrow A$ معرفة بحيث :

$$f(1)=3, f(3)=5, f(5)=1$$

بما ان $f: A \rightarrow A$ تقابل . اذن التطبيق $f: A \rightarrow A$ هو تبديل الى A .

تطبيقات في أكثر من متغير: (Mapping of several variables)

تعريف:- التطبيق في متغيرين هو تطبيق منطلقه حاصل ضرب ديكارتي لمجموعتين

امثلة:-

ليكن $f: R \times R \rightarrow R$ تطبيقا معرفا بحيث

التطبيق f هو تطبيق في متغيرين و منطلقه هو المجموعة $R \times R$ و من الممكن تعميم هذا المفهوم بحيث تعرف تطبيقات منطلقها و مستقرها هو حاصل ضرب اكثر من مجموعتين
فمثلا التطبيق :

المعرفة بحيث

هو تطبيق في اربع متغيرات مستقره R^2 و منطلقه R^4 .

النظيقات المركبة والنظرية: (Composite mapping and inverse)

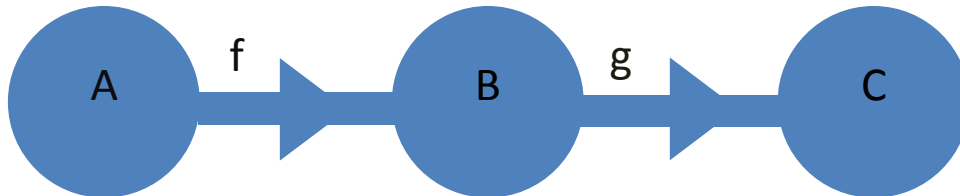
تركيب العلاقات: (Composition of relations)

تعريف: - اذا كانت R علاقة من x الى y ، s علاقة من y الى z فان
 $S \circ R$ تركيب R مع S تعرف كما يلي

$$S \circ R =$$

النظيقات المركبة: (Composite mapping)

ليكن كل من $f: A \rightarrow B$ ، $g: B \rightarrow C$ تطبيقا



فان $g \circ f: A \rightarrow C$ يكون تطبيقا .

البرهان:-

١ - نفرض ان $x \in A$ وبما ان

$f: A \rightarrow C$ تطبيق

اذن $\exists y \in B \ni (x, y) \in f$

و بما ان $g: B \rightarrow C$ تطبيق

اذن $\exists z \in C \ni (y, z) \in g$

أي انه $\exists y \in B \ni (x, y) \in f \wedge (y, z) \in g$

و ينتج من تعريف تركيب العلاقات ان

اذن نستنتج بان

٢ - نفرض ان

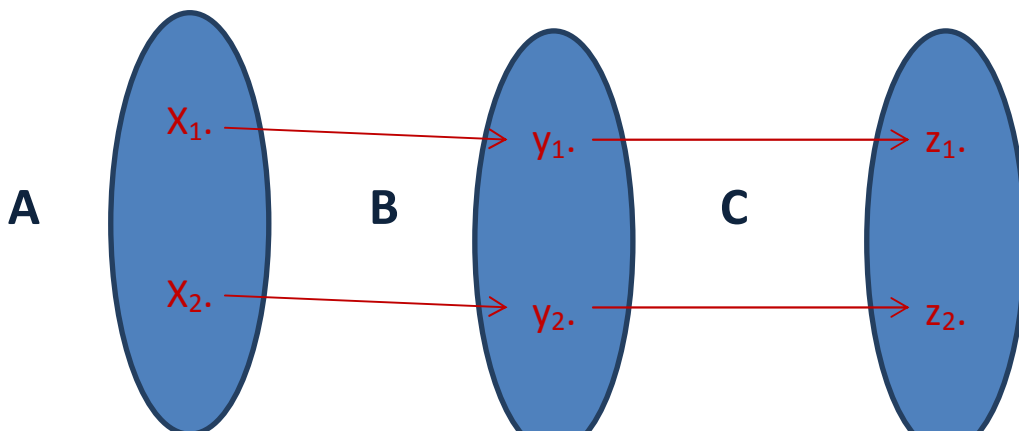
فمن تعريف تركيب العلاقات نجد ان

(x, z_1)

(x, z_2)

بما ان

$f: A \rightarrow B$ تطبيق فان :



pdfMachine

A pdf writer that produces quality PDF files with ease!

Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, simply open the document you want to convert, click "print", select the "Broadgun pdfMachine printer" and that's it! Get yours now!

اذن $(y_1, z_2) \in g$

بما ان $g: B \rightarrow C$ تطبيق

فاذن

و عليه نجد انه

فان $z_1 = z_2$

و نستنتج من (1) , (2) ان

$g \circ f: A \rightarrow C$ يكون تطبيقا

نتيجة:- ليكن $f: A \rightarrow B$ ، $g: B \rightarrow C$ تطبيقا فانه لكل $x \in A$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

البرهان:- نفرض ان

فاذن $(x, z) \in (g \circ f)$

و من تعريف تركيب التطبيقات فيوجد $y \in B$ بحيث

لكن $(x, y) \in f \leftrightarrow y = f(x)$

$(y, z) \in g \leftrightarrow z = g(y)$

فاذن $z = g(y) = g(f(x))$

مثال:- ليكن $f: N \rightarrow N$ تطبيقا بحيث

$$f(x) = 4x^2, \forall x \in N$$

وان $g: N \rightarrow N$ ايضا تطبيق بحيث

$$g(x) = 3x + 1, \forall x \in N$$

pdfMachine

A pdf writer that produces quality PDF files with ease!

Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, simply open the document you want to convert, click "print", select the "Broadgun pdfMachine printer" and that's it! Get yours now!

فان $g \circ f: N \rightarrow N$ ايضا يكون تطبيق

و ان $(g \circ f)(x) = g(f(x)), \forall x \in N$

النطبق النظر : (Inverse mapping)

اذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيقا فان العلاقة النظرية f^{-1} من B الى A قد تحقق شرط التطبيق او لا تحقق . كما انه اذا كان $f^{-1}: B \rightarrow A$ تطبيقا فليس من الضروري ان يكون $f: A \rightarrow B$ تطبيقا كما يتضح من الامثلة التالية :

امثلة :-

١ - ليكن

و ان $f = \{(5, -2), (7, -2), (9, 4)\}$

واضح ان $f: A \rightarrow B$ يكون تطبيقا

و ان $f^{-1}: B \rightarrow A$ ليس تطبيقا

٢ - لتكن $A = \{3\}$

و ان $f = \{(3, 2), (3, 4), (3, 6)\}$

$f^{-1} = \{(2, 3), (4, 3), (6, 3)\}$

واضح ان $f: A \rightarrow B$ لا يكون تطبيقاً

و ان $f^{-1}: A \rightarrow B$ تطبيق

تعريف: -يقال عن التطبيق $f: A \rightarrow B$ انه قابلاً للعكس اذا كان $f^{-1}: B \rightarrow A$

تطبيقاً . وان التطبيق $f^{-1}: B \rightarrow A$ يسمى التطبيق النظير (Inverse mapping)

ملاحظة:-

اذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيقاً فان $(x,y) \in f$ اذا وفقط اذا كان $(y,x) \in f^{-1}$

وبعبارة اخرى :

$y=f(x)$ اذا وفقط اذا كان $x=f^{-1}(y)$

امثلة:-

١- لتكن f علاقة على R^+ معرفة كالآتي :

$$f=\{(x,y) \in R^+ \times R^+ | y=x^3\}$$

اذن

$$f^{-1} = \{(y,x) \in R^+ \times R^+ | x=\sqrt[3]{y}\}$$

بما ان $f^{-1}: R^+ \rightarrow R^+$ تطبيق

اذن التطبيق $f: R^+ \rightarrow R^+$ يكون قابلاً للعكس .

٢- لتكن g علاقة على R معرفة كالآتي .

$$g=\{(x,y) \in R \times R | y = x^2\}$$

$$g^{-1}=\{(y,x) \in R \times R | x = \pm \sqrt{y}\}$$
 فان

بينما $g^{-1}: R \rightarrow R$ ليس تطبيقاً وذلك لو فرضنا ان

$$x = 2, y_1 = 4, y_2 = -4$$

$$(4,2) \in g^{-1} \wedge (4,-2) \in g^{-1}$$
 فان

ولكن $2 \neq -2$

وعليه يكون $g: R \rightarrow R$ غير قابل للعكس