مقاييس النزعة المركزية

٣-الوســـــــــــــيط

الوسـيط للبيانـات غير مبوبة يشير آلـي قيمـه المفردة آلتي تقـع فـي منتصـف المفردات ، بعد ترتيب هذه المفردات تصاعدياً أو تنازلياً . آي أن

$$\text{Median} = \text{the}\left(\frac{N+1}{2}\right)th \text{ item in the data array}$$

حيث N عدد المفردات في المجتمع (ويستخدم n بدلا منها في حالة العينة) . وتحسب قيمة الوسيط من بيانات مبوبة كآلاتي :

$$\text{Median} = L + \frac{n/2 - F}{f_m} c$$

حيث L = الحد الأدنى للفئة الوسيطية (آي الفئة آلتي تضم المفردة الوسطى للتوزيع) .

n = عدد المفردات في مجموعة البيانات.

F = مجموع التكرارات في الفئات السابقة على الفئة الوسيطية.

Fm= تكرار الفئة الوسيطية.

C = طول الفئة.

نأخذ الجدول التالي لحساب الوسيط

Weight, oz	Class Midpoint X	Frequency F	F X
19.2-19.4	19.3	1	19.3
19.5-19.7	19.6	2	39.2
19.8-20.0	19.9	8	159.2
20.1-20.3	20.2	4	80.8
20.4-20.6	20.5	3	61.5
20.7-20.9	20.8	2	41.6
		$\sum f = n = 20$	$\sum fX = 401.6$

يمكن تقدير الوسيط لنفس البيانات المبوبة كآلاتي :

curriculum
E:k.sultani@yahoo.com

$$Med = L + \frac{n/2 - F}{f_m} c = 19.8 + \frac{20/2-3}{8} 0.3 = 19.8 + \frac{7}{8} 0.3$$
$$= 19.8 + 0.2625 \cong 20.06$$

حيث 19.8 =L = الحد الأدنى للفئة الوسيطية (آي الفئة 19.8-20.0 وآلتي تحتوى على المشاهدات العاشرة والحادية عشرة) .

20 = n= عدد المشاهدات أو العناصر.

3= F =مجموع التكرارات في الفئات السابقة على الفئة الوسيطية.

8= Fm= تكرار الفئة الوسيطية.

٠.٣ = C = طول الفئة.

٤-المنوال(The Mode)

المنوال لمجموعة من القيم هي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، أو القيمة الأكثر شيوعاً . وقد لا يكون للقيم منوال وقد يوجد أكثر من منوال واحد .

مثـــال ١ – المجموعة ٢٢,٥,٧,٩,٩,٩,١٠,١٠,١١,١٢,١٨ لها منوال واحد وهو ٩ .

مثـــال ٢ – المجموعة ٣,٥,٨,١٠,١٥,١٦ ليس لها منوال .

مثـــال ٣ – المجموعة ٢,٣,٤,٤,٤,٥,٥,٧,٧,٧,٩ لها منوالان وهما ٧,٤ وتسمى مجموعة ذات منوالين . Bimodal التوزيع الذي له منوال واحد يسمى وحيد المنوال Unimodal

.وفي حالة البيانات المبوبة حيث يعبر عن البيانات بمنحنى تكراري فإن المنوال هو قيمة (أو قيم X) المقابلة لنقطة (أو نقط) النهاية العظمى للمنحنى ويعبر أحياناً عن هذه القيمة لـ X بالرمز $\hat{X}$

ونحصل على المنوال من التوزيع التكراري أو المدرج التكراري (للبيانات المبوبة) بالصيغة

curriculum
E:k.sultani@yahoo.com

$$\text{المنوال} = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) C \quad ......(9)$$

L_1 =الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية (أي الفئة التي يقع فيها الوسيط، الفئة الاكثر منوال)

Δ_1 =زيادة تكرار الفئة المنوالية عن تكرار الفئة قبل المنوالية (الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة) .

Δ_2 =زيادة تكرار الفئة المنوالية عن تكرار الفئة بعد المنوالية (الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة) . .

c=طول الفئة المنوالية .

للجدول اعلاه يكون المنوال

20 = n= عدد المشاهدات أو العناصر.

3= F = مجموع التكرارات في الفئات السابقة على الفئة الوسيطية.

8= Fm= تكرار الفئة الوسيطية.

0.3 = C = طول الفئة.

و بالمثل ،

$$\text{Mode} = \text{L} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} c = 19.8 + \frac{6}{6+4} 0.3 = 19.8 + \frac{1.8}{10} = 19.8 + 0.18 = 19.98$$

مثـــــــال

فيما يلي توزيع تكراري لدرجات الحرارة في أحد الأشهر :

درجات الحرارة	عدد الأيام

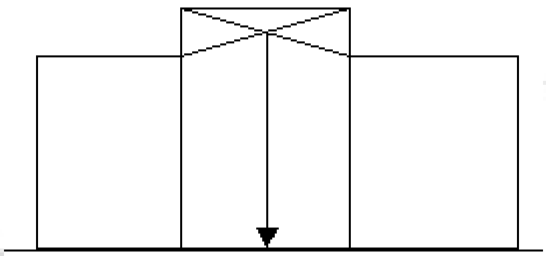
-30	2
-32	6
-34	11
-36	8
40-38	3
المجموع	30

المطلوب إيجاد المنوال .

$$Mode = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)C$$

$$Mode = 34 + \left(\frac{5}{3+5}\right)2 = 35.25$$

كما يمكن إيجاد المنوال بالرسم وذلك برسم المدرج التكراري لأكبر ثلاث فئات، ليكون المنوال كما هو في الشكل أدناه .



Mode

٥- الوسط التوافقي (Harmonic Mean)

ويرمز له بالرمز H ، فالوسط التوافقي لمجموعة من n من الأرقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$

هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم .

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\Sigma\frac{1}{x_i}} \qquad (12)......$$

ومن الناحية العملية فإنه من الأسهل أن نتذكر أن :

$$\frac{1}{H} = \frac{\Sigma\frac{1}{x_i}}{n} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{1}{x_i} \qquad (13)......$$

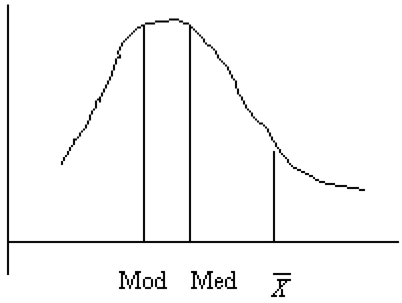
مثال : الوسط التوافقي للأرقام ٢,٤,٨ هو

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} \frac{3}{\frac{7}{8}} = 3.43$$

٦- العلاقة بين المتوسط والوسيط والمنوال: أشكال الالتواء (Skewness)

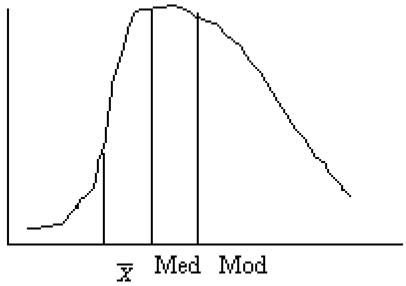
توضح الأشكال (١) و (٢) أدناه الموضع النسبي للوسط والوسيط والمنوال للمنحنيات التكرارية الملتوية إلى اليمين وإلى اليسار، أما كل المنحنيات المتماثلة فيتطابق الوسط والوسيط والمنوال (شكل ٣)

$$Mod < Med < \overline{X} \quad (1)$$



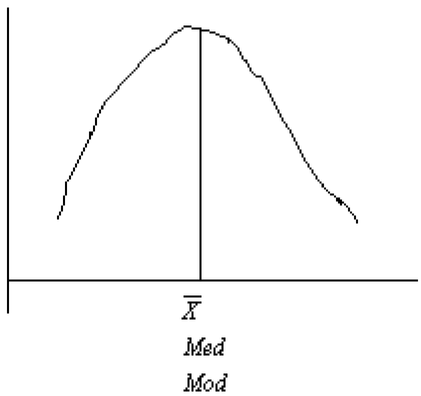
التواء موجب(+)

$$Mod > Med > \overline{X} \quad (2)$$



التواء سالب(-)

$$Med = Mod = \overline{X} \quad (3)$$



توزيع متماثل (لايوجد التواء)

curriculum
E:k.sultani@yahoo.com

٧-الوسط الهندسي(Geometric Mean)

ويرمز له بالرمز G ، فالوسط الهندسي لمجموعة n من الأرقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$ هو الجذر النوني

لحاصل ضرب هذه الأرقام

$$G = \sqrt[n]{X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots ١١$$

مثال : الوسط الهندسي للأرقام ٢,٤,٨ هو

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي

الوسط الهندسي لمجموعة من الأرقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$ أقل من أو يساوي وسطها الحسابي ولكنه

أكبر من أو يساوي وسطها التوافقي $H \le G \le \bar{X}$

وتتحقق علامة التساوي إذا كانت الأرقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$ متساوية.

مثـــــال : المجموعة ٢,٤,٨ وسطها الحسابي ٤.٦٧ ووسطها الهندسي ٤ ووسطها التوافقي ٣ .