


Physics Academy

Al-Azhar University - Gaza

Laser Physics

Width and Shape of Spectral lines
 اتساع وشكل الخط الطيفي

Lecture 7



Dr. Hazem Falah Sakeek
www.hazemsakeek.com
www.physicsacademy.org

Physics Academy

Broadening the of emission line

Certain mechanisms are responsible for broadening the linewidth of a laser:

- Natural Broadening (Lifetime Broadening)
- **Doppler Broadening**
- **Collision Broadening (Pressure Broadening)**

سنقوم بدراسة كل عامل بالتفصيل لتوضيح تأثيره على اتساع الخط الطيفي

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com

2

Doppler Broadening

درسنا تأثير العمر المحدود لمستويات الطاقة على اتساع الخط الطيفي Natural Broadening، وسوف نقوم الآن بدراسة تأثير ظاهرة دوبلر على اتساع الخط الطيفي.

كما نعلم أن ظاهرة دوبلر هي تغير في التردد المقاس نتيجة الحركة النسبية بين المصدر والمراقب، مثل الصوت الذي نسمعه لذي مرور سيارة إسعاف بسرعة بالنسبة لنا، فعندما يتحرك المصدر باتجاه مراقب ثابت فإن التردد المقاس بواسطة المراقب يزداد وعندما يبتعد المصدر عن المراقب الثابت يصبح التردد المقاس أقل من تردد المصدر في حالة سكون.

لفهم المقصود بظاهرة دوبلر استعن بالمحاضرة على الموقع التالي

http://www.hazemsakeek.com/Physics_Lectures/medicalphysics/medical_lectures/medical_lectures_5d.htm



تحدث ظاهرة دوبلر للذرات الباعثة للطيف الكهرومغناطيسي حيث أن الذرات في حالة حركة مستمرة أثناء الانبعاث الضوئي ولهذا فإن المراقب الذي يقيس تلك الترددات (المطياف Spectrometer) سوف يقيس ترددات مختلفة حسب ما إذا كانت الذرات مقتربة من المطياف أو مبتعدة عن المطياف. والترددات المقاسة تعتمد على السرعة النسبية للذرات بالنسبة للمطياف كما في معادلة دوبلر التالية:

$$v = v_o \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

Classical Doppler Effect

يمكن التمييز بين مجموعة من الذرات على حسب سرعاتها فلو اختلفت مجموعة في سرعتها فإن الترددات المنبعثة منها تختلف وبالتالي نستطيع تمييز الترددات نتيجة لاختلاف السرعات. ومن النظرية العامة للغازات فإن احتمالية انتماء ذرة إلى مجموعة من الذرات سرعتها تنحصر في المدى v to $v+dv$ يمكن إيجادها من توزيع ماكسويل بولتزمان كما يلي:

$$\frac{dN}{N} = \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-1/2 \frac{mv^2}{kT}} dv$$

وبالتالي فإن احتمالية أن تكون سرعة الذرة واقعة في المدى v to $v+dv$ يمكن التعبير عنها بالدالة $g(v)dv$

$$g(v)dv = \frac{dN}{N} = \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-1/2 \frac{mv^2}{kT}} dv \quad (*)$$

where dN the total number of atoms have velocity in the range v to $v+dv$

N the total number of the atoms

M the mass of the atom

T the temperature in Kelvin at thermal equilibrium

وحيث أن الترددات المنبعثة من الذرة نتيجة للانتقال بين مستويي الطاقة 1 و 2 سوف يكون معتمداً على سرعة الذرة من خلال معادلة دبلر على النحو التالي

$$v = v_o \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

السرعة

التردد

سنقوم الآن بإيجاد علاقة بين السرعة v والتردد ν وذلك للتعويض في المعادلة (*) كما يلي:

Physics Academy

التردد

$$v = v_o \pm \frac{v_o v}{c} \rightarrow \frac{v - v_o}{v_o} = \frac{v}{c}$$

السرعة

السرعة

$$v = c \left(\frac{v - v_o}{v_o} \right)$$

&

التردد

$$dv = \frac{c}{v_o} dv$$

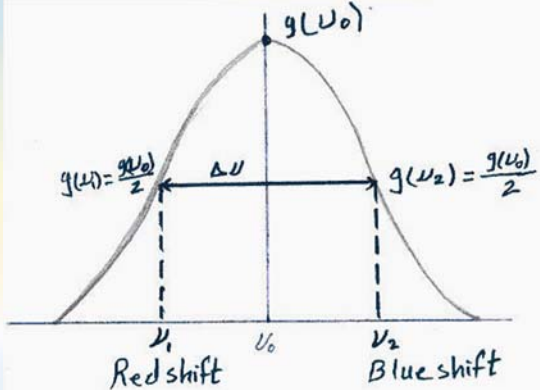
بالتعويض في المعادلة (*) عن v و dv نحصل على

$$g(v)dv = \frac{1}{v_o} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-1/2 \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{v-v_o}{v_o} \right)^2} dv \quad (**)$$

وهذه المعادلة تسمى معادلة **Gaussian Function** والتي تعطي الانتساع في الخط الطيفي نتيجة ظاهرة دبلر والشكل التالي يوضح الانتساع المطلوب إيجاد قيمته.

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 7

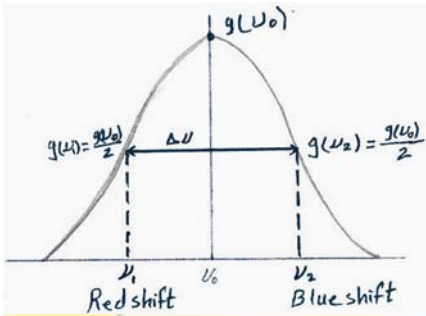
Physics Academy



بالتعويض في المعادلة السابقة (**) عن التردد ν_o ومن الشكل أيضا نلاحظ أن عند التردد ν_1 هو نصف قيمة الدالة عند التردد ν_o وعليه نحصل على المعادلتين التاليتين.

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 8

Physics Academy



$$g(\nu_o) = \frac{1}{\nu_o} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2}$$

$$g(\nu_1) = \frac{g(\nu_o)}{2} = \frac{1}{\nu_o} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-1/2 \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{\nu_1 - \nu_o}{\nu_o} \right)^2}$$

بالقسمة المعادلتين نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{g(\nu_1)}{g(\nu_o)} = \frac{1}{2} = e^{-1/2 \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{\nu_1 - \nu_o}{\nu_o} \right)^2}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 9

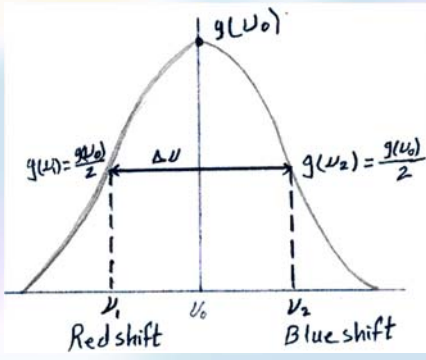
Physics Academy

للتخلص من الدالة الاسية نأخذ اللوغارتم للطرفين فنحصل على المعادلة التالية

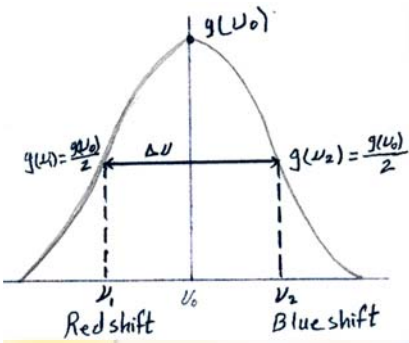
$$\ln 2 = \frac{Mc^2}{2kT} \left(\frac{\nu_1 - \nu_o}{\nu_o} \right)^2$$

$$\frac{\nu_1 - \nu_o}{\nu_o} = \left(\frac{2kT \ln 2}{Mc^2} \right)^{1/2}$$

وبهذا فإن



Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 10



وحيث أن من الشكل التوضيحي للمنحني
اتساع دبلر فإن

$$\nu_1 - \nu_o = \frac{\Delta \nu}{2}$$

$$\Delta \nu = 2(\nu_1 - \nu_o) = 2\nu_o \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{Mc^2}}$$

بالتعويض عن الثوابت نحصل على مدى الاتساع الناتج عن ظاهرة دبلر

$$\Delta \nu \cong 7 \times 10^{-7} \nu_o \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$$\Delta \nu \cong 7 \times 10^{-7} \nu_o \sqrt{\frac{T}{M}}$$

لاحظ أن

مدى الاتساع يتناسب طردياً مع التردد الأصلي للطيف المنبعث وعليه
فإن ظاهرة دبلر تؤثر على الترددات الكبيرة مثل الانبعاث
الكهرومغناطيسي في مدى اللون الأزرق أو أكثر، أما الترددات في
مدى اللون الأحمر أو أقل فإن ظاهرة دبلر لا تلعب دوراً أساسياً في
الاتساع.

كما أن الاتساع نتيجة ظاهرة دبلر يزداد بزيادة درجات الحرارة ويقل
بنقصان الكتلة

Physics Academy

Example

For Infrared $\lambda=10.6\mu\text{m}$ in CO_2 laser [$m=44$, $T=300\text{k}$]

$$\Delta \nu_D = 60\text{MHz}$$

$$\Delta \lambda_D = 0.2\text{\AA}$$

$$\Delta \lambda_D = \frac{\lambda^2 \Delta \nu}{c}$$

For visible $\lambda=6328\text{\AA}$ [$m=20$, $T=400\text{k}$]

$$\Delta \nu_D = 1500\text{MHz}$$

$$\Delta \lambda_D = 0.02\text{\AA}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com

13

Physics Academy

For vacuum UV $\lambda=1216\text{\AA}$

$$\Delta \nu_D = 55\text{GHz}$$

$$\Delta \nu_{\text{natural}} = 10\text{MHz}$$

$$\Delta \lambda_D = 0.03\text{\AA}$$

$$\Delta \nu_D \propto \nu_o$$

$$\Delta \nu_D \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$\Delta \nu_D \propto \sqrt{T}$$

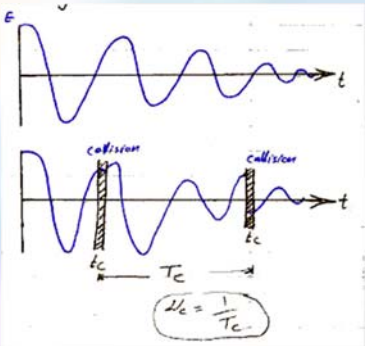
Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com

14

Physics Academy

Pressure Broadening (Collision Broadening)

ينتج عن التصادمات المرنة بين الذرات الباعثة للإشعاع الكهرومغناطيسي بعضها ببعض. ويتسبب التصادم في انقطاع القطار الموجي المنبعث من الذرة وهذا الانقطاع يدوم لفترة قصيرة جدا 10^{-13}sec ، مما يسبب أحداث قفزات عشوائية في طور القطار الموجي، كما في الشكل، وتكون المحصلة النهائية لهذه التصادمات هو اتساع في مدى الترددات المنبعثة من الذرات المتصادمة حول التردد الأصلي ν_0 وفي هذه الحالة فإن الدالة التي تعطي شكل الخط الطيفي هي



$$g(\nu) = \frac{\Delta \nu}{2\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta \nu/2)^2}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 15

Physics Academy

والشرط الأساسي لهذه المعادلة هو أن يكون الزمن بين التصادمات أكبر بكثير من زمن التصادم نفسه أي أن

$T_c \gg t_c$

where T_c is the time between collisions
 t_c is the time of collision

$\Delta \nu$ is the spectral line broadening due to the natural lifetime and the collision process, therefore

$$\Delta \nu = \frac{1}{2\pi} (A_1 + A_2 + 2\nu_{coll})$$

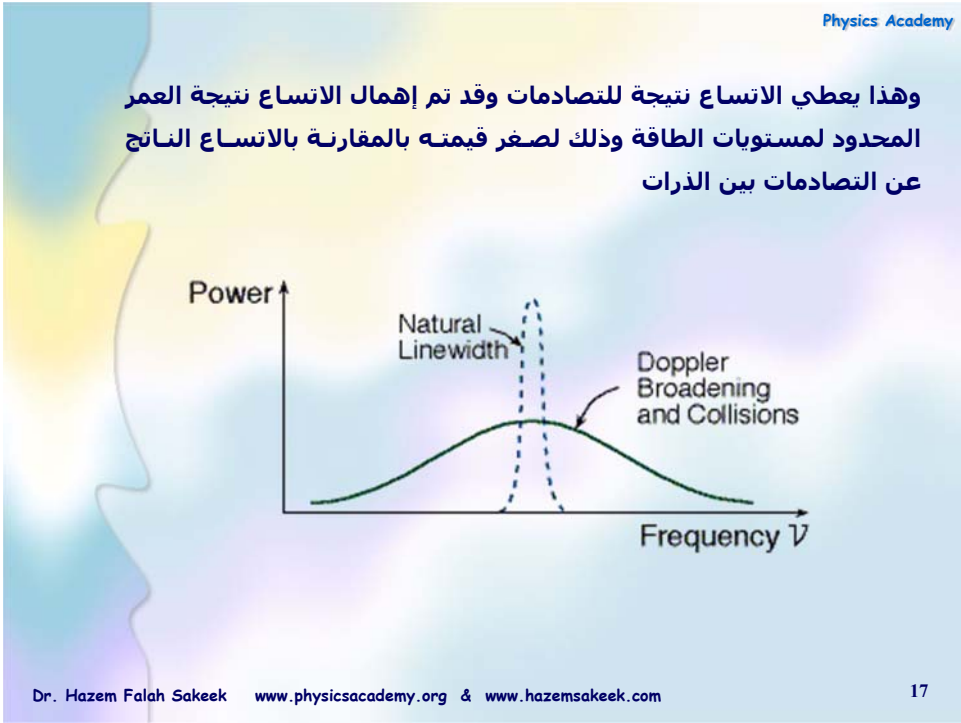
when $2\nu_{coll} \gg A_1 + A_2$

$$\Delta \nu = \frac{\nu_{coll}}{2}$$

Collision rate

For each atomic wave function is interrupted by ν_{coll}

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com 16



Physics Academy

Homogenous & Non-homogeneous Broadening

يقسم الاتساع إلى نوعين يعرفان **بالاتساع المتجانس**
Homogenous Broadening

مثل الاتساع الناتج عن Life time Broadening & Pressure Broadening

والنوع الثاني يعرف **بالاتساع الغير متجانس**
Non-homogeneous Broadening مثل Doppler Broadening

وذلك لأن في دبلر يمكننا التمييز بين مجموعة وأخرى من الذرات حسب سرعاتها، أما في Life time و Pressure فلا يوجد تمييز بين مجموعة من الذرات وأخرى.

في حالة الاتساع الغير متجانس فإن التكبير لليزر يحدث فقط بواسطة مجموعة محددة من الذرات أما في الاتساع المتجانس فإن كل الذرات تشارك في عملية التكبير لإنتاج الليزر. (سيأتي توضيح ذلك لاحقاً).

Dr. Hazem Falah Sakeek www.physicsacademy.org & www.hazemsakeek.com

18