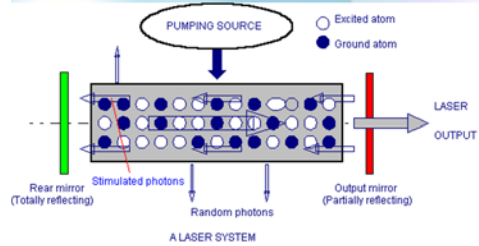


Laser Physics

Absorption and Small Signal
Gain Coefficient

معادلة الليزر

Lecture 8



Dr. Hazem Falah Sakeek
www.hazemsakeek.com
www.physicsacademy.org

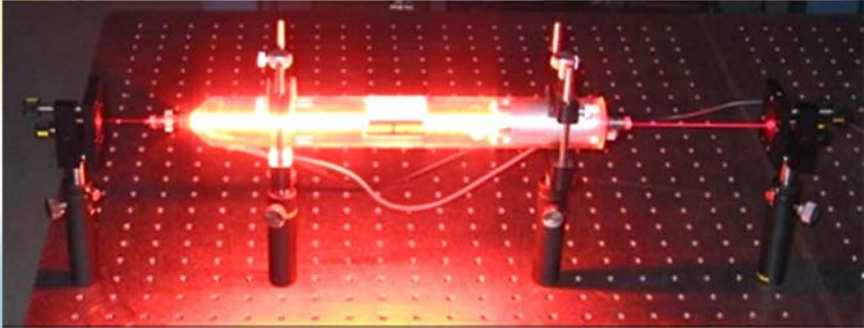

HeNe Laser in Action



Dr. Hazem Falah Sakeek

Physics Academy

HeNe Laser tube



Dr. Hazem Falah Sakeek

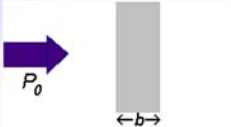
3

Physics Academy

Absorption of electromagnetic Radiation

من المحاضرات السابقة علمنا أن عملية امتصاص فوتون **photon** **absorption** بواسطة ذرة، فإن حالة الذرة تتغير من ذرة غير مثارة إلى ذرة مثارة بطاقة تساوي طاقة الفوتون الذي اكتسبته.

وهذا بالفعل ما يحدث عند النظر إلى الذرة في المادة على حدة. ولكن إذا اعتبرنا الحالة الجاهزية لوصف عملية الامتصاص **macroscopic system** فإن جزء من الشعاع الكهرومغناطيسي الساقط على المادة سوف يمتص وفي الحالة العادية **Thermal Equilibrium** فإن شدة الشعاع النافذ أقل من الشعاع الساقط والعلاقة التي تربط شدة الشعاع النافذ مع الشعاع الساقط وسمك المادة هو **قانون لامبرت Lambert Law**



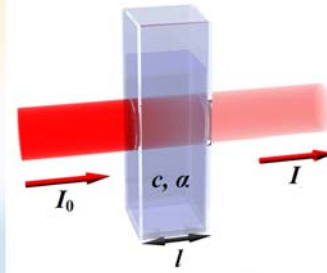
Dr. Hazem Falah Sakeek

4

$$I = I_0 \exp(-\alpha x)$$

I_0 = Intensity of incoming radiation.

α = Absorption coefficient of the material.



It is common to use units of **centimeter** (10^{-2} [m]), to measure the width of the material (x), so **the units of the absorption coefficient (α) are:**

$$[\text{cm}^{-1}] = [1/\text{cm}].$$

ومن هذه المعادلة نستنتج أن كلما ازداد سمك المادة كلما كانت شدة الأشعة النافذة **transmitted** أقل.

Dr. Hazem Falah Sakeek

5

Physics Academy

Example: Absorption Coefficient (α)

Calculate the absorption coefficient (α) of materials which transmit 50% of the intensity of the incident radiation on a 10 [mm] width, to the other side.

Solution

Using the exponential absorption law:

$$\alpha = 1/x * \ln(I_0/I) = 1/1 * \ln(1/0.5) = 0.69 \text{ cm}^{-1}$$

Results from the exponential absorption law:

- For every material, **absorption depends on the width of the material**. The thicker the material, less radiation will be transmitted through.
- For a certain width (x) of the material, absorption depends only on the **absorption coefficient (α), which is characteristic of each material**.

Dr. Hazem Falah Sakeek

6

Small Signal Gain Coefficient

إن ما سبق لا ينتج شعاع ليزر لأن الأشعة النافذة أقل من الأشعة الساقطة والمطلوب هو الحصول على شعاع مكبر بعد نفاذه من المادة، وكما نعلم أن كل من عمليتي الانبعاث التلقائي والاستحثاثي تزيد من شدة الأشعة، بينما عملية الامتصاص تقلل من شدة الأشعة النافذة. وللحصول على الليزر يجب أن تكون عملية الانبعاث أكبر من عملية الامتصاص حتى نحصل على شعاع ليزر.



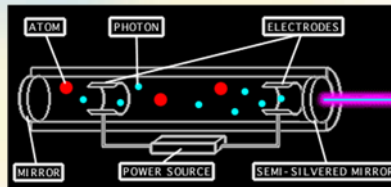
يوضح الشكل أعلاه ذرة مثارة (السحابة الخضراء) استحثت بواسطة فوتون فكانت النتيجة فوتون مكبر

وقد درس العالم اينشتين تأثير تفاعل الإشعاع الكهرومغناطيسي مع المادة من خلال عمليات الانتقال الثلاثة

1. Absorption
2. Spontaneous Emission
3. Stimulated Emission

Dr. Hazem Falah Sakeek

7



Consider a collimated beam of light travelling in z-direction and passing through an atomic gas, For simplicity assume that there is only a single radiative transition, which occurs between two energy state E_1 and E_2 where $E_2 > E_1$. The incident light is monochromatic at the transition frequency


$$\nu_{21} = (E_2 - E_1) / h$$



Dr. Hazem Falah Sakeek

8

Physics Academy



The light beam is characterized by its **irradiance, I_ν** ,

$$I_\nu = C \rho(\nu)$$

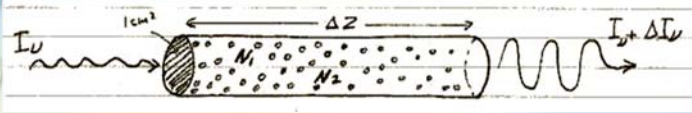
Where I_ν is the irradiance (energy per unit area per sec)
 C is the speed of light (m/sec)

$\rho(\nu)$ is the energy density (J/m³)

The magnification of I_ν as it interacts with the atoms in E1 & E2 along the z-direction is as follow:

Dr. Hazem Falah Sakeek9

Physics Academy



$$\begin{aligned} \Delta I_\nu = & + N_2 * \Delta z * 1 (I_\nu / C) B_{21} g(\nu) * h\nu \text{ Stimulated emission} \\ & - N_1 * \Delta z * 1 (I_\nu / C) B_{12} g(\nu) * h\nu \text{ Absorption} \\ & + N_2 * \Delta z * 1 A_{21} g(\nu) * h\nu \text{ Spontaneous emission} \end{aligned}$$

يمكن تجميع المعادلة بالصورة التالية

$$\frac{\Delta I_\nu}{\Delta z} = \frac{dI_\nu}{dz} = \frac{h\nu}{C} (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)g(\nu)I_\nu + h\nu A_{21}N_2g(\nu)$$

Dr. Hazem Falah Sakeek10

$$\frac{\Delta I_v}{\Delta z} = \frac{dI_v}{dz} = \frac{h\nu}{C} (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)g(\nu)I_v + h\nu A_{21}N_2g(\nu)$$

حيث أن عملية الانبعاث التلقائي تحدث بوجود أو عدم وجود فوتونات ساقطة على المادة أي إنها لا تعتمد على **I** لذا فإنها تهمل في المعادلة.

نلاحظ أيضاً أن قيمة التغير في شدة الأشعة بالنسبة للمسافة **z** تكون قيمة سالبة إذا كانت **N₁ > N₂** وهذا ما يحدث في الطبيعة، وهنا لا نحصل على تكبير، ولذلك إذا أردنا تكبير الأشعة لنحصل على ليزر فإنه من الضروري أن تكون **N₂ > N₁** وهذا ما يعرف بانقلاب التعداد **Population Inversion**. لنعود إلى المعادلة السابقة ونستخدم معادلات اينشتين السابق الذكر وهما:

$$\frac{B_{01}}{B_{10}} = \frac{g_1}{g_0} \quad \frac{A_{10}}{B_{10}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$$

وبذلك ينتج أن

$$\frac{dI_v}{dz} = \frac{h\nu}{C} (B_{21}N_2 - \frac{g_2}{g_1} B_{21}N_1)g(\nu)I_v$$

$$\frac{dI_v}{dz} = \frac{h\nu}{C} B_{21} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1)g(\nu)I_v$$

وبالتعويض عن **B₂₁** باستخدام معادلات اينشتين ينتج التالي

$$\frac{dI_v}{dz} = \frac{h\nu}{C} \frac{A_{21}C^3}{8\pi h \nu^3} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1)g(\nu)I_v$$

باختصار المعادلة السابقة ينتج أن

$$\frac{dI_v}{dz} = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1)g(\nu)I_v$$

Laser Equation

Physics Academy

$$\frac{dI_v}{dz} = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) g(\nu) I_v$$

الثوابت في المعادلة لها وحدة m^{-1} أو cm^{-1} ولهذا تعرف باسم معامل الحصيلة الصغيرة

Small signal Gain Coefficient

$$\gamma_o(\nu) = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) g(\nu)$$

وقد سميت كذلك لأننا اعتبرنا أن I_v صغيرة بحيث لا تؤثر على N_2 أي أن N_2 ستبقى ثابتة. والحال سيكون مختلف إذا كانت الشدة I_v كبيرة فإن المعادلة لا تصلح لأن N_2 ستتغير مع الشدة.

وتأخذ المعادلة الصورة التالية :

$$\frac{dI_v}{dz} = \gamma_o(\nu) I_v$$

Dr. Hazem Falah Sakeek

13

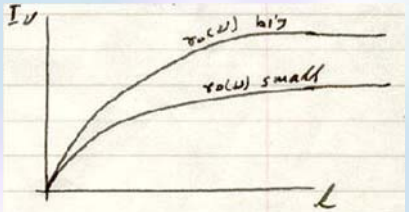
Physics Academy

بتكامل طرفي المعادلة مع العلم بأن dz يتغير من القيمة 0 إلى l وهو أبعاد المادة التي طولها l

$$\int \frac{dI_v}{I_v} = \gamma_o(\nu) \int_0^l dz$$

$$I_v(l) = I_v(0) e^{\gamma_o(\nu)l}$$

$$\frac{I_v(l)}{I_v(0)} = Gain$$



عندما تكون Small signal gain coefficient كبيراً فإن الشدة تزداد بسرعة إلى حد التشبع Saturation level

Dr. Hazem Falah Sakeek

14

Physics Academy

Cross-section for stimulated emission

لنعود إلى معادلة التكبير التالية

$$\gamma_o(v) = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) g(v)$$

حيث أن وحدة الكميات الفيزيائية التالية في المعادلة السابقة

$$A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} g(v)$$

sec⁻¹.m².sec=m²

هي وحدة مساحة فإنها تعرف باسم مساحة مقطع عملية الانبعاث الاستحثاثي وهذه تعبر عن احتمالية حدوث الانبعاث الاستحثاثي فكلما زادت مساحة المقطع كلما ازدادت عملية الانبعاث الاستحثاثي.

$$\sigma_{SE} = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} g(v)$$

Dr. Hazem Falah Sakeek

15

Physics Academy

وبهذا يمكن كتابة معادلة التكبير لليزر على النحو التالي:

$$\gamma_o(v) = \sigma_{SE}(v) \cdot \Delta N$$

Laser Equation

حيث أن ΔN تعطي مقدار فارق التعداد بين مستويات الطاقة E_1 و E_2 وفي حالة الليزر يجب أن يكون فارق التعداد موجبا.

$$\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$$

Example

To build a laser of magnification of 0.1cm⁻¹ and If it's stimulated emission cross section is 10¹⁴cm².

Then we need population difference $\Delta N=10^{13}$ cm⁻³

Dr. Hazem Falah Sakeek

16

Physics Academy

Gain and Gain coefficient

الدالة G تعرف باسم التكبير Gain والدالة γ_0 تعرف بمعامل التكبير وكلا الدالتين يعتمدان على التردد ولكن الدالة G تعتمد على التردد بدالة أسية حيث أن

$$\gamma_0(\nu) = C g(\nu)$$

أما الدالة G

$$G(\nu) = e^{\gamma_0(\nu)l} = e^{C g(\nu)}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek

17

Physics Academy

Laser Amplifier

Dr. Hazem Falah Sakeek

18