

## الربيعي وبعض المقاييس الأخرى: Quartiles

لاحظ هنا أنه يمكن تعريف مقاييس وضعية أخرى مشابهة تماماً لطريقة تعريف الوسيط . من هذه المقاييس الربيعي الأدنى Lower Quartile والذي يرمز له بـ  $Q_1$  والربيعي الأعلى والذي يرمز له بـ  $Q_3$  "Upper Quartile" والعشري Decile و المئوي Percentile .

فالربيعي الأول أو الأدنى هو القيمة التي ترتيبها يكون  $\frac{n+1}{4}$  إذا كان الناتج صحيحاً وإذا لم يكن ناتج

هذه النسبة عدداً صحيحاً فيحسب متوسط العدد الذي يقع على طرفي هذه النسبة وذلك بعد ترتيب البيانات تصاعدياً . أو أنه 25% من هذه البيانات المرتبة تصاعدياً . الربيعي الثاني هو الوسيط نفسه

$Q_2$  وقد تحدثنا عنه سابقاً وهو القيمة التي يكون ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$  إذا كان العدد  $n$  فردياً وهو متوسط

القيمتين الوسيطيتين إذا كان  $n$  عدداً زوجياً وهو بالتالي 50% من البيانات . أما الربيعي الثالث فهو

القيمة التي ترتيبها  $\frac{3(n+1)}{4}$  إذا كان ناتج هذه النسبة عدداً صحيحاً، أما إذا لم يكن ناتج النسبة عدداً

صحيحاً فيحسب متوسط العدد الذي يقع على طرفي هذه النسبة وذلك بعد ترتيب البيانات تصاعدياً وأنه يحدد 75% من هذه البيانات . كما يمكن اعتبار الربيعي الأعلى أنه الربيعي الأدنى ولكن يحسب من الاتجاه المعاكس أي نبدأ من اليمين . و يسمى الفرق بين الربيعي الأعلى والربيعي الأدنى "مدى

ما بين الربيعيين" (Interquartile range) ويحسب بالشكل :  $I = Q_3 - Q_1$  .

لاحظ أن الربيعي الأول تسبقه ربع القيم وتليه ثلاثة أرباع القيم الأخرى أما الربيعي الثالث فهي القيمة التي تسبقها ثلاثة أرباع القيم وتليها ربع القيم الأخرى .

لاحظ أيضاً أنه يمكن وبنفس الطريقة تقسيم البيانات إلى عشرة أجزاء متساوية ويسمى الجزء الأول

العشري الأول والذي ترتيبه  $\frac{n}{10}$  والعشري الثاني والذي ترتيبه  $\frac{2n}{10}$  ... وأخيراً العشري التاسع

والذي ترتيبه  $\frac{9n}{10}$  .

كما ويمكن أيضاً تقسيم البيانات ( إذا كانت كبيرة طبعاً ) إلى مائة قسم متساو وذلك بعد ترتيبها

تصاعدياً بحيث يكون القسم الأول ، المئوي الأول والذي ترتيبه  $\frac{n}{100}$  والمئوي الثاني والذي ترتيبه

$\frac{2n}{100}$  وهكذا حتى المئوي الأخير والذي ترتيبه  $\frac{99n}{100}$  أو أن المئوي الأول يحصر 1% من البيانات

والثاني يحصر 2% من البيانات . أما المئوي الأخير فيحصر 99% من البيانات .

نرى من المفيد هنا أن نذكر طريقة عامة لإيجاد بعض المقاييس الوضعية مثل ربيعي و عشري ومئوي مع العلم أنه إذا كان عدد البيانات كبيراً و كانت البيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً) فيمكن عندها استخدام الطريقة العامة التالية:

لحساب المئوي رقم  $P$  وهي القيمة التي عندها  $P\%$  على الأقل من المشاهدات (البيانات) أصغر من هذه القيمة و  $100(1-P)\%$  على الأقل من هذه المشاهدات (البيانات) أكبر من هذه

القيمة . فعلى سبيل المثال لإيجاد الوسيط حيث فيه  $P=50\%$  نجد أن 50% من البيانات أصغر من الوسيط و 50% من البيانات أكبر من الوسيط . ولإيجاد الربيعي الأدنى  $P=25\%$  نجد أن 25%

من البيانات أقل من الربيعي و  $100(1-0.25)\%$  أي 75% من البيانات أكبر من هذه القيمة . وإليك دليلاً مبسطاً لحساب مئويات عينة حجمها  $n$  (من الأكبر  $n$  كبيرة)

(1) رتب البيانات تصاعدياً ( من الأصغر للأكبر )

- (2) أوجد قيمة الجداء (حاصل الضرب)  $n.P$  حيث  $P$  المئوي المطلوب ثم أجر الخطوات التالية:
- إذا لم يكن  $nP$  عددا صحيحا قربيه للأعلى للرقم الصحيح التالي وليس لأقرب عدد وأوجد القيمة المرتبة الموافقة.
  - إذا كان  $nP$  عددا صحيحا وليكن  $k$  مثلا، احسب متوسط المشاهدين  $k$ th و  $(k+1)$ -st الموافقتين.
- ومعلوم أن الربيعي الأدنى يوافق المئوي الخامس والعشرين و الربيعي الأعلى يوافق المئوي الخامس والسبعين .. وهكذا
- مثال:

احسب الربيعي الأدنى و المئوي الثمانون (80%) للبيانات المرتبة التالية:

18.0	18.1	18.1	18.4	18.5	18.7	19.0	19.1	19.2	19.3
19.4	19.4	20.0	20.1	20.1	20.4	20.5	20.8	20.9	21.4
21.6	21.9	22.2	22.4	22.6	22.7	22.8	22.9	23.0	23.5

الحل:

الربيعي الأدنى يوافق  $P=25\%$  و لدينا  $n=30$  أي

$$(0.25)(30)=7.5 \approx 8$$

و الربيعي الأدنى هو القراءة الثامنة و هو  $Q_1 = 19.1$  .

أما المئوي الثمانون فهو  $(0.80)(30)=24$  و بأخذ متوسط القراءتين 24 و 25 نجد

$$\frac{22.4 + 22.6}{2} = 22.5$$

أمثلة :

(a) البيانات التالية توضح عدد المشتركين الجدد في خدمة الهاتف النقال في 23 يوم وهي كالتالي :

32 , 62 , 64 , 77 , 65 , 61 , 57 , 41 , 52 , 84 ,  
96 , 60 , 41 , 75 , 71 , 105 , 78 , 50 , 58 , 82 ,  
89 , 49 , 53

أوجد وسيط هذه البيانات ثم أوجد الربيعي الأدنى  $Q_1$  والربيعي الأعلى  $Q_3$  .

الحل :

نرتب أولاً هذه البيانات تصاعدياً . إن مخطط (stem-and -leaf-display) الساق والأوراق يوفر لنا عرضاً جيداً لهذه البيانات من ناحية ، ومن ناحية أخرى يرتب البيانات تصاعدياً كما هو مطلوب أي:

3		2				
4		1	1	9		
5		0	<u>2</u>	3	7	8
6		0	1	2	4	5
7		1	5	7	<u>8</u>	
8		2	4	9		
9		6				
10		5				

وبما أن الوسيط هو القيمة التي يكون ترتيبها  $\frac{23+1}{2} = 12$  فإن الوسيط هو 62 . فالربيعي الأدنى هو  $\frac{23+1}{4} = 6$  أي أنه 52 وأخيراً يكون الربيعي الأعلى القيمة السادسة من الأخير وهي 78 أو القيمة التي ترتيبها 18 وهو نفسها 78. انظر الشكل 1-3 التالي :

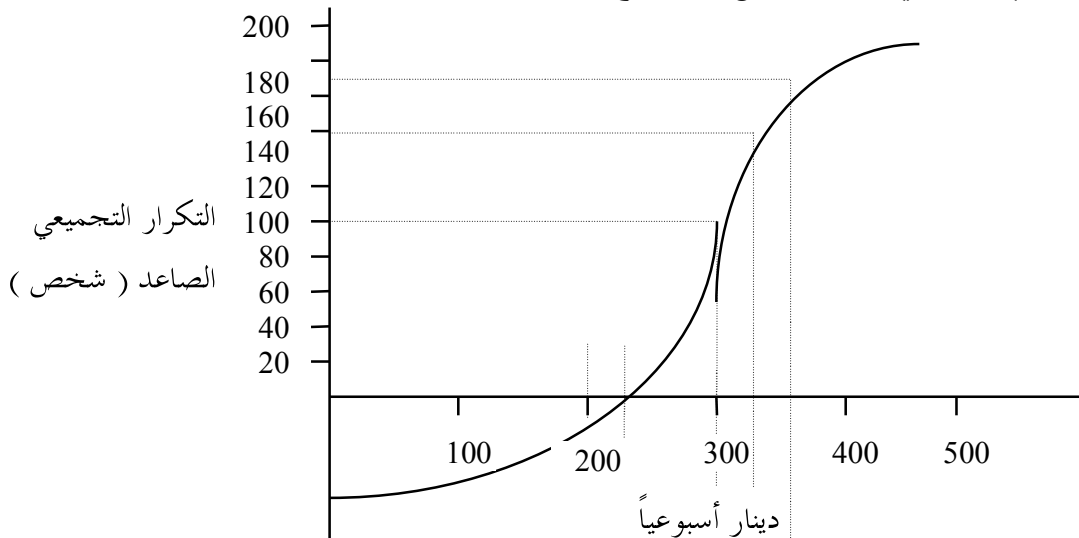
( b ) البيانات التالية تمثل الزمن ( بالدقيقة ) الذي يقضيه شخص بانتظار الحافلة يومياً قبل الذهاب للعمل خلال مدة 14 يوم عمل : 10 , 1 , 13 , 9 , 5 , 9 , 2 , 10 , 6 , 8 , 3 , 17 , 2 , 10 .  
أوجد الوسيط والربيعي الأدنى و الربيعي الأعلى .

الحل :

بعد ترتيب هذه البيانات تصاعدياً تصبح , 1 , 2 , 2 , 3 , 5 , 6 , 8 , 9 , 9 , 10 , 10 , 10 , 13 , 17

وحيث  $n = 14$  في هذه الحالة وبالتالي فإن موقع الوسيط يحسب كالتالي  $\frac{14+1}{2} = 7.5$  أي بين القراءة السابعة و القراءة الثامنة. بأخذ متوسط هاتين القراءتين نجد أنه  $\frac{8+9}{2} = 8.5$  . وكذلك فإن ترتيب الربيعي الأول  $\frac{14+1}{4} = 3.75$  وبالتالي فالربيعي الأول هو  $(2+3)/2 = 2.5$  دقائق وبنفس الطريقة يكون الربيعي الأعلى العدد الذي يكون ترتيبه متوسط العددين العاشر والحادي عشر وهذه القيمة 11.25 أي أن قيمة الربيعي الثالث 10 دقائق .

( c ) في دراسة إحصائية سئل 200 شخص عن أجرهم الأسبوعي وكانت النتيجة موضحة في المنحني التكراري التجميعي الصاعد ogive الموضح أدناه والمطلوب :



- 1 - كم شخص كان دخله الأسبوعي أقل أو يساوي 350 ديناراً .
- 2 - كم شخص كان دخله الأسبوعي أكثر أو يساوي 200 ديناراً .
- 3 - أوجد الوسيط لهذه البيانات.

4 - أوجد الربيعي الأدنى والربيعي الأعلى ومدى ما بين الربيعيين Inter quartile range

الحل:

1- واضح من الشكل أنه عند رسم خط عمودي من نقطة 350 ديناراً ومن ثم وعند نقطة التلاقي مع المنحني نرسم خط أفقي فيقطع محور التكرار ، الرقم الناتج هو المطلوب وهو 170 و المطلوب هو 170 شخص .

2- هناك 40 شخصاً في الإحصائية الدخل الاسبوعي لكل منهم أقل من 200 ديناراً وبما أن 200 شخص في الإحصائية فيكون عدد الأشخاص المطلوب  $200-40=160$  شخصاً دخلهم الاسبوعي أكثر من 200 ديناراً .

3 - إن الوسيط يحدد %50 من البيانات أي 100 شخص و برسم خط أفقي من التكرار عند الرقم 100 وإسقاط عمود عند نقطة التلاقي نجد أن الوسيط هو 300 ديناراً .

4 - أما الربيعي الأدنى فهو 225 والربيعي الأعلى فهو 325 ، فيكون المدى المطلوب (I Q R):

$$I = 325 - 225 = 100$$