محاضرة رقم (1)

الوحدات، والكميات الفيزيائية، والمتجهات
Units, Physical Quantities, and Vectors

مقدمة

يعتبر علم الفيزياء من العلوم التجريبية التي تطورت بالتجارب العلمية ووضع نتائجها في صورة نظرية ومعادلات رياضية وتبقى هذه النظريات صالحة طالما تحقق نتائج التجارب التي تجرى وإلا تهدم هذه النظريات أو تعدل .
يقوم علم الفيزياء على القياسات measurements التي تجرى على ظاهرة معينة وعليه يمكن اعتبار علم الفيزياء بأنه علم التجربة والقياس. وتطور هذا العلم عبر العصور من خلال انجازات علماء الفيزياء.

الكميات الفيزيائية (الكميات الفيزيائية الأساسية والكميات الفيزيائية المشتقة)

في البداية سنقوم بتعريف لبعض المفاهيم الأساسية التي سنحتاجها خلال دراستنا لهذا المقرر، فمثلا أي رقم تستخدمه لوصف ظاهرة فيزيائية physical phenomenon تسمى كمية فيزيائية physical quantity. الكمية الفيزيائية تعرف باستخدام طريقتين هما

التعريف من خلال طريقة قياسها measurements

التعريف من خلال طريقة حسابها calculations

فعلى سبيل المثال يمكن استخدام المسطرة لقياس المسافات أو استخدام ساعة الإيقاف لقياس الزمن بين حدثين كلاً من المسافة والزمن عرف من خلال طريقة قياسه. أما الطريقة الثانية تعتمد على الحساب فمثلاُ السرعة تحسب من المسافة على الزمن.

وقد أصطلح على ان طريقة القياس المستخدمة لتعريف أي كمية فيزيائية على انه تعريف إجرائي operational definition، فكلاً من الكتلة mass او الطول length أو

الزمن time كلها **كميات فيزيائية اساسية** تعرف بالطريقة القياس وهي طريقة التعريف الإجرائي.

كما أن هناك **كميات فيزيائية مشتقة** مثل السرعة والعجلة والقوة والطاقة وسميت كميات فيزيائية مشتقة لأنها تعتمد على الكميات الفيزيائية الأساسية ويتم تعريف تلك الكميات من خلال طريقة حسابها فمثلاً تعرف السرعة بأنها مقدار التغير في المسافة على الزمن، لاحظ هنا أن تعريف السرعة كان من خلال وصف الطريقة التي نحسبها بها والتي تعتمد على كميات فيزيائية أساسية هي المسافة والزمن.

الوحداتUnits

عندما نقيس كمية فيزيائية نستخدم المقارنة مع مرجع قياسي فمثلاً حينما نقول أن طول حبل هو ٣٠ متر فهذا يعني ان طول الحبل يعادل ٣٠ مرة طول قطعة مستقيمة تم التعارف عليها ليكون طولها القياسي متراً وهذا المقياس يسمى الوحدة unit. إذا نفهم من ذلك ان المتر هو وحدة الطول كما أن الثانية هي وحدة الزمن.

للقيام بقياسات دقيقة نحتاج إلى تعريف دقيق لكل وحدة لا يعتمد على المتغيرات الفيزيائية مثل درجة الحرارة أو الارتفاع أو إذا كان على الأرض أو أي مكان أخر في الكون، ولهذا طرأت عدة تطورات على تعريف الوحدات بتطور علم القياس فعلى سبيل المثال في عام ١٧٩١ عرف المتر على أنه عشر المليون للمسافة بين خط الاستواء والقطب الشمالي للكرة الأرضية وعرفت الثانية على أنه الزمن اللازم لبندول طوله متر لعمل اهتزازة كاملة (ذهاب وإياب). (هذه التعريفات عدلت في العام ١٨٨٩ من قبل

المنظمة الدولية للقياسات في مؤتمر علمي لتوحيد نظام المقاييس والوحدات فمثلا تم تعريف الثانية على انها جزء من طول يوم على الأرض، وفي العام ١٩٦٠ اصبح هناك نظام قياس عالمي موحد يعرف باسم النظام الدولي international systemويرمز له بالرمز SI وتم تعريف الثانية على أنها الزمن اللازم لكي تقوم ذرة سيزيوم بعدد يساوي 9,192,631,770 اهتزازة. وعرف المتر على المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ خلال زمن قدره ٢٩٩٩٧٩٢٤٥٨/١ ثانية. وعرفت وحدة قياس الكتلة وهي الكيلوجرام بأنها تعادل كتلة اسطوانة قياسية من خليط البلاتينيوم والاريديوم platinum-iridium وهي المرجع للكيلوجرام.

للتعامل مع مختلف الكميات الفيزيائية في هذا الكون الفسيح باستخدام الوحدات الاساسية فإنه تم تقسيمها إلى وحدات أصغر أو مضاعفتها فمثلا للتعامل مع الابعاذ الذرية يصبح المتر صغيرا جدا وعند التعامل مع الابعاد الكبير كل المسافات بين المدن أو المجرات يصبح المتر صغيرا جداً، ولحل هذه المشكلة نستخدم مضاعفات للوحدة على النحو الموضح في الجدول التالي:

قيمتها	رمز الوحدة	الوحدة مضاعفات	
$=10^{3}$m	(km)	kilometer	1
$=10^{-1}$m	(dm)	decimeter	1
$=10^{-2}$m	(cm)	centimeter	1
$=10^{-3}$m	(mm)	millimeter	1
$=10^{-6}$m	(µm)	micrometer	1
$=10^{-9}$m	(nm)	nanometer	1
$=10^{-10}$m	(Å)	angstrom	1
$=10^{-12}$m	(pm)	picometer	1
$=10^{-15}$m	(fm)	femtometer	1

في النموذج التالي اضغط على Go Smaller أو Go Bigger للتعرف على أمثلة على المسافات الصغيرة والمسافات الكبيرة...

في الجدول التالي تسميات لمضاعفات الوحدات والتي تستخدم بكثرة

Abbreviation	prefix	number
E	exa-	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera-	10^{12}
G	giga-	10^{9}
M	mega-	10^{6}
K	kilo-	10^{3}
C	centi-	10^{-2}
M	milli-	10^{-3}
μ	micro-	10^{-6}
N	nano-	10^{-9}
P	pico-	10^{-12}
F	femto-	10^{-15}
A	atto-	10^{-18}

المتجهاتVectors

الكميات القياسية والكميات المتجهةVector and Scalar

جميع الكميات الفيزيائية (أساسية أو مشتقة) يمكن تقسيمها إلى نوعين، النوع الأول هو الكميات القياسية *scalar* والنوع الثاني الكمية المتجهة *vector*. **الكمية القياسية** يمكن تحديدها بالمقدار magnitude فقط، مثل أن تقول أن كتلة جسم 5kg أو مساحة قطعة مستطيلة ٣٠m٢ بهذا نكون قد حددنا الكمية الفيزيائية. أما **الكمية المتجهة** تحتاج إلى أن تحدد اتجاهها direction بالإضافة إلى مقدارها، مثل سرعة الرياح 10km/h واتجاهها غرباً لاحظ هنا أنه احتجنا لتحديد المقدار أولاً ثم الاتجاه ثانياً.

في الجدول التالي قائمة ببعض الكميات القياسية والكميات المتجهة.

Vector Quantity	Scalar Quantity
Displacement	Length
Force	Mass
Acceleration	Speed

يجب أن يكون معلوما لدينا أن التعامل مع الكميات القياسية يختلف عنه في الكميات المتجهة فمثلاً لإيجاد المحصلة للكميات القياسية يتم التعامل جبرياً فمثلاً شخص يمتلك ١٥ قطعة نقدية واكتسب ٥ قطع اخرى ثم خسر ٣ قطع منها فتكون محصلة ما معه ١٧ قطعة، أما في الكميات المتجهة يكون التعامل اتجاهياً فمثلا إذا كان هناك جسم اثرت عليه ثلاثة قوى فالمحصلة تعتمد على اتجاه كل قوة وقد نحتاج إلى عمل تحليل للمتجهات لإيجاد المركبات الرئيسية والمركبات الأفقية ثم نحسب المحصلة ونحدد اتجاهها، لذا فإن التعامل مع الكميات المتجهة في الأغلب يكون أصعب قليلاً منها في التعامل مع الكميات القياسية.

لذلك سوف نقوم بشرح مبسط لعلم المتجهات وتوضيح مفاهيمه واساسياته.

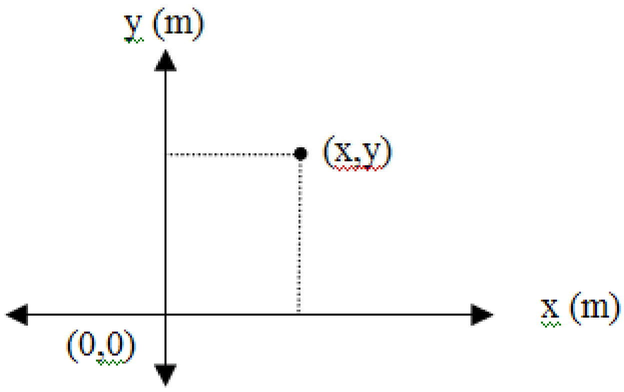
نظام الإحداثيات Coordinate system

نحتاج في حياتنا العملية إلى تحديد موقع جسم ما في الفراغ سواءً كان ساكناً أم متحركاً، ولتحديد موقع هذا الجسم فإننا نستعين بما يعرف بالإحداثيات *Coordinates*، وهناك نوعان من الإحداثيات التي سوف نستخدمها وهما *Rectangular coordinates* و *polar coordinates*.

الاحداثيات الكارتيزية The rectangular coordinates

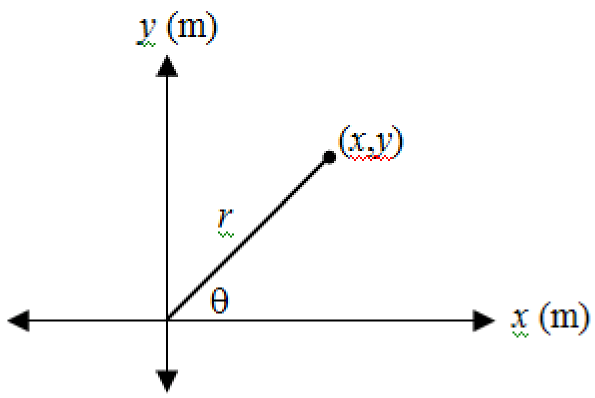
الإحداثيات الكارتيزية في بعدين موضحة في الشكل التالي. وتتكون الاحداثيات هذه من محورين x و y متعامدين ومتقاطعين عند النقطة (0,0) والتي تسمى نقطة الأصل origin point يتم وضع اسم كل محور ليدل

على الكميـة الفيزيائيـة التـي يحددها و الوحـدة المستخدمة للقيـاس. تحدد ايـة نقطة على هذه الاحداثيات بـ.(x,y)



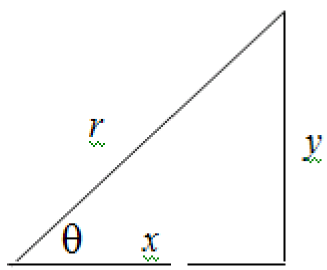
الإحداثيات القطبية The polar coordinates

في بعض الأحيان يكون من الأنسب استخدام نظـام محـاور آخر مثـل نظـام المحـاور القطبيـة والـذي يحدد بالمسافة r والزاويـة θ التـي يـصنعها مع المحور الأفقي .وتتحدد أي نقطة على هذه الإحداثيات بـ(r,θ)



العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزيـة والقطبيـة The relation between coordinates

العلاقـة بـين الاحـداثيات الكارتيزيـة (x,y) والاحـداثيات القطبيـة (r,θ) موضـحة في الشكل التالي:



$$x = r\cos\theta \qquad (1.1)$$

And

$$y = r\sin\theta \qquad (1.2)$$

بتربيع المعادليتن (١,١) و (١,٢) وجمعهما نحصل على

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (1.3)$$

والمعادلة (1.3) تعبر عن المحصلة (المقدار) لمركبتين في اتجاها محور xوفي اتجاه محور.y

بتقسيم المعادلتين (١,١) و (١,٢) نحصل على

$$\tan\theta = x/y \qquad (1.4)$$

والمعادلة (1.4) تعطى الزاوية (الاتجاه) الني تصنعها المحصلة مع محور x.

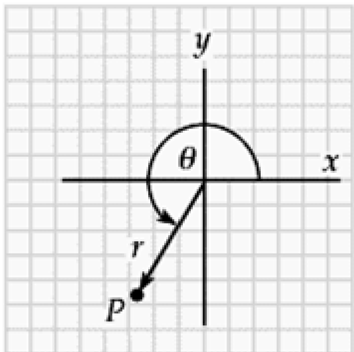
Example

The polar coordinates of a point are r = 5.5m and θ =240°. What are the Cartesian coordinates of this point?

Solution

$x = r\cos\theta = 5.5\times\cos 240^\circ = -2.75$ m

$y = r\sin\theta = 5.5\times\sin 240^\circ = -4.76$ m



Properties of Vectorsخواص المتجهات

Vector additionجمع المتجهات

يمكن جمع المتجهات التي تعبر عن كميات فيزيائية متشابهة مثل جمع متجهيين للقوة، ولكن لا يمكن ان نجمع متجه قوة مع متجة سرعة .

لجمع متجه **A** مع متجه **B** تكون المحصلة المتجه**R**

$$R = A + B \qquad (1.5)$$

لاحظ ان جمع المتجهات لها خاصية التبديل فمثلا

$$A + B = B + A \qquad (1.6)$$

مركبات المتجه Component of vector

أي متجه **A** يقع في الاحداثيات الكارتيزية x,y يمكن تحليله إلى مركبتين المركبة الأولي في اتجاه محور x وتسمى المركبة الأفقيةوالمركبة الثانية في اتجاه المحور y وتسمى المركبة الراسية.

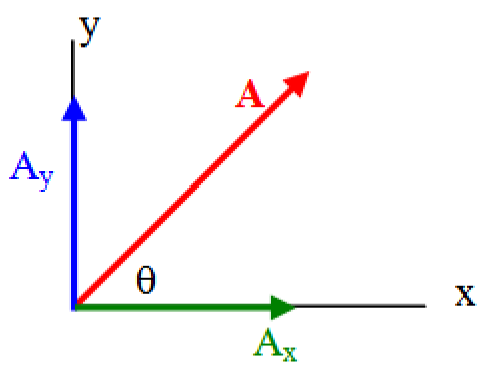
في الشكل ادناه المتجه A تم تحليله إلى مركبتين وقيمة كل مركبة هي على النحو التالي:

$$A_x = A\cos\theta$$

$$A_y = A\sin\theta$$

تحسب المحصلة من القانون التالي

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



عند التعامل مع عدة متجهات A, B, C, D ، .... فإننا نحتاج إلى تحليل كل متجه منهم على حدى إلى مركباته بالنسبة إلى المحاور (x,y) مما سيسهل علينا إيجاد المحصلة حيث سنقوم بعد اجراء التحليل بتجميع المركبات في اتجاه المحور x ومن ثم تجميع المركبات في اتجاه المحور y ثم تطبق قانون المحصلة الذي ينص على ان المحصلة تساوي الجذر التربيعي لمجموع مربع مركبات x ومربع مركبات y، أو كما في المعادلة التالية

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

وتحسب اتجاه المحصلة من خلال المعادلة التالية:

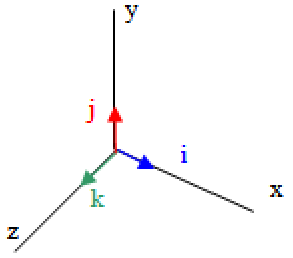
متجه الوحدة The unit vector

يعرف متجه الوحدة بمتجه طولـه الوحدة ويستخدم للتعبير عن الاتجـاه لإي كمية فيزيائية متجهة.

المتجه **A** يمكن تمثيله بمقدار المتجه A ضرب متجه الوحدة $\boldsymbol{a}$ كالتالي

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a}\, A \qquad (1.10)$$

كذلك يمكن تمثيل متجهات وحدة (i, j, k) لمحـاور الاحداثيات الكارتيزية x, y, z rectangular coordinate system كما في الشكل التالي:-



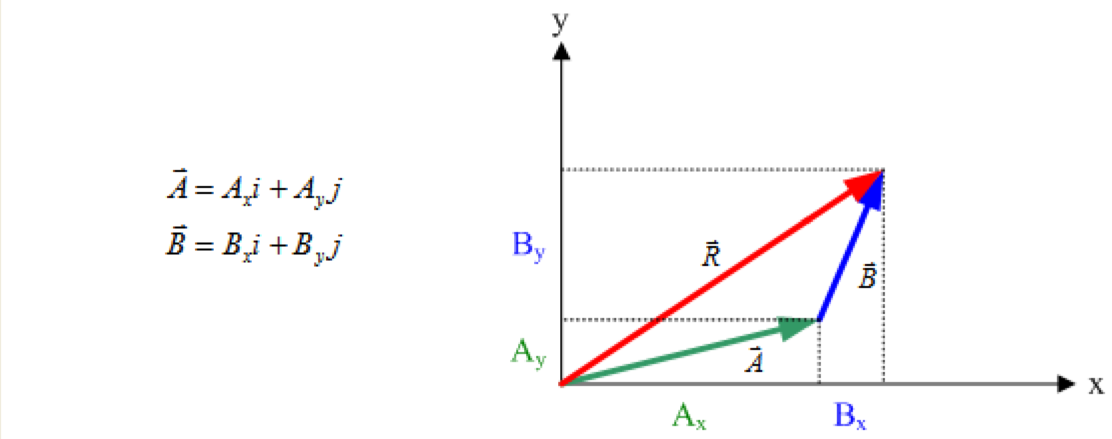
i ≡ a unit vector along the *x*-axis
j ≡ a unit vector along the *y*-axis
k ≡ a unit vector along the *z*-axis

لاحظ ان الشكل السابق يعبر عن الاحداثيات الكارتيزية في ثلاثة ابعاد

وعليه يمكن كتابة أي متجه بدلالة مركباته ومتجهات الوحدة، فعلى سبيل المثال لنفترض متجه **A** يقع في مستوى x,y يمكن التعبير عنه بالصورة الإتجاهية

$$\vec{A} = A_x \mathrm{i} + A_y \mathrm{j}$$

ملاحظة: يمكن استخدام طريقة تحليل المتجهات في جمع متجهين **A** و **B** كما في الشكل التالي:



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j$$

Example

Find the sum of two vectors A and B given by

$\vec{A} = 3i + 4j$ and $\vec{B} = 2i - 5j$

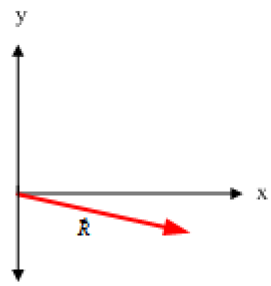
Solution

Note that A_x=3, A_y=4, B_x=2, and B_y=-5

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (3+2)i + (4-5)j = 5i - j$$

The magnitude of vector **R** is

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} = 5.1$$



The direction of **R** with respect to *x*-axis is.

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{-1}{5} = -11^o$$

Example

Two vectors are given by $\vec{A} = 3i - 2j$ and $\vec{B} = -i - 4j$. Calculate (a) $\vec{A} + \vec{B}$, (b) $\vec{A} - \vec{B}$, (c) $|\vec{A} + \vec{B}|$, (d) $|\vec{A} - \vec{B}|$, and (e) the direction of $\vec{A} + \vec{B}$ and $|\vec{A} - \vec{B}|$.

Solution

(a) $\vec{A} + \vec{B} = (3i - 2j) + (-i - 4j) = 2i - 6j$

(b) $\vec{A} - \vec{B} = (3i - 2j) - (-i - 4j) = 4i + 2j$

(c) $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = 6.32$

(d) $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47$

(e) For $\vec{A} + \vec{B}$, $\theta = \tan^{-1}(-6/2) = -71.6^\circ = 288^\circ$

For $\vec{A} - \vec{B}$, $\theta = \tan^{-1}(2/4) = 26.6^\circ$

Product of a vectorضرب المتجهات

يوجد نوعين من الضرب للمتجهات النوع الأول يسمى الضرب القياسي لان حاصل ضرب متجهين يعطي كمية قياسية مثل حاصل ضرب متجه القوة في متجهه الإزاحة يكون الناتج الشغل وهو كمية قياسية، والنوع الثاني هو الضرب الاتجاهي وذلك لان حاصل ضرب متجهين ينتج عنه متجه ثالث يكون اتجاهه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين الآخرين مثل متجه سرعة جسم مشحون في متجه المجال المغناطيسي ينتج عنه متجه قوة مغناطيسية.

ينتج من الضرب القياسي كمية قياسية وينتج من الضرب الإتجاهي كمية متجهة

The scalar productالضرب القياسي

يعـرف الـضرب القياسـي scalar product بالـضرب النقطـي dot product وتكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين كمية قياسية، وتكون هذه القيمة موجبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 0 و 90 درجة وتكون النتيجة سالبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 90 و 180 درجة وتساوي صفراً إذا كانت الزاوية 90.

$$\vec{A}\vec{B} = \text{+ve when } 0 \geq \theta > 90^o$$

$$\vec{A}\vec{B} = \text{-ve when } 90^o < \theta \leq 180^o$$

$$\vec{A}\vec{B} = \text{zero when } \theta = 0$$

يعرف الضرب القياسي لمتجهين بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مقدار المتجه الثاني في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos\theta$$

(1.16)

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k \qquad (1.17)$$

$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k \qquad (1.18)$$

The scalar product is

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x i + A_y j + A_z k).(B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.19)$$

بضرب مركبات المتجه $\vec{A}$ في مركبات المتجه $\vec{B}$ ينتج التالي:

$$\begin{aligned} \vec{A}.\vec{B} = (&A_x i.B_x i + A_x i.B_y j + A_x i.B_z k \\ &+ A_y j.B_x i + A_y j.B_y j + A_y j.B_z k \\ &+ A_z k.B_x i + A_z k.B_y j + A_z k.B_z k) \end{aligned} \qquad (1.20)$$

Therefore

$$\therefore \vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (1.21)$$

The angle between the two vectors is

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A||B|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|} \qquad (1.22)$$

Example 1.11

Find the angle between the two vectors

$$\vec{A} = 2i + 3j + 4k\,, \quad \vec{B} = i - 2j + 3k$$

Solution

$$\cos\theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|}$$

$$A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (2)(1)+(3)(-2)+(4)(3)=8$$

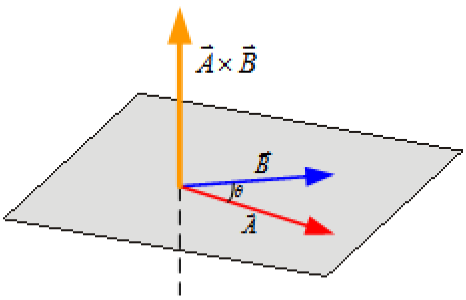
$$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

$$|B| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

$$\cos\theta = \frac{18}{\sqrt{29}\sqrt{14}} 0.397 \Rightarrow \theta = 66.6^\circ$$

The vector productالضرب الاتجاهي

يعرف الضرب الاتجاهي *vector product* بـ *cross product* وتكون نتيجة الضرب الاتجاهي لمتجهين كمية متجهة. كما في الشكل التالي:

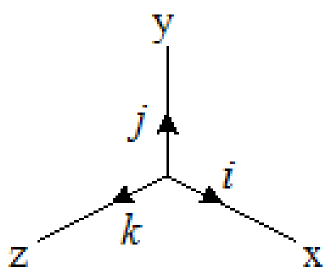


$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta \qquad (1.23)$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \left(A_x i + A_y j + A_z k\right)\times\left(B_x i + B_y j + B_z k\right) \qquad (1.24)$$

لايجاد قيمة حاصل الضرب نستعين بالحقيقة المتمثلة في أن الزاوية بين المتجهات ***i,j , k*** هي 90°

$$i\times i=0 \qquad i\times j=k \qquad i\times k=-j$$
$$j\times j=0 \qquad j\times k=i \qquad j\times i=-k$$
$$k\times k=0 \qquad k\times i=j \qquad k\times j=-i$$



$$\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_yB_z-A_zB_y\right)i+\left(A_zB_x-A_xB_z\right)j+\left(A_xB_y-A_yB_x\right)k \qquad (1.25)$$

If $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$, the components of $\vec{C}$ are given by

$$C_x=A_yB_z-A_zB_y$$
$$C_y=A_zB_x-A_xB_z$$
$$C_z=A_xB_y-A_yB_x$$

.

Example 1.12

If $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$, where $\vec{A}=3i-4j$, and $\vec{B}=-2i+3k$, what is $\vec{C}$?

Solution

$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}=(3i-4j)\times(-2i+3k)$$

which, by distributive law, becomes

$$\vec{C}=-(3i\times 2i)+(3i\times 3k)+(4j\times 2i)-(4j\times 3k)$$

Using equation (123) to evaluate each term in the equation above we get

$$\vec{C}=0-9j-8k-12i=-12i-9j-8k$$

The vector $\vec{C}$ is perpendicular to both vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$.
